

ICT en DEMATHEMATISERING?

Lerarendag Wiskunde RuG

19 december 2006

Henk Broer

Wiskunde & Informatica

Rijksuniversiteit Groningen

Email: broer@math.rug.nl

URL: <http://math.rug.nl/~broer>

Outline

- Wiskunde in de maatschappij
- ICT en Wiskunde
- 'Ouderwetse' Wiskunde
- Modelleren

Voorbeeld: 'Oscillaties'

Wiskunde in de maatschappij I

Wiskunde is overal om ons heen,
vaak onzichtbaar ...

In veel wetenschappen: Bèta-, Econom(etr)ie

'Nieuwe' Wiskunde in: Natuurkunde (snaren, &c), Biologie (gentechologie, verspreiding van ziekten, neurobiologie), Meteorologie (klimaatverandering)

'Gesettlede' Wiskunde: via electromagnetisme (Faraday, Maxwell) in

- electronica, technologie, ICT
(uw notebook & mobieltje, pinpas)
vliegverkeer (vliegen zelf, logistiek eromheen)
uw CD's, uw nieuwe auto, &c, &c
- medische technologie
(uw MRI-scan en uw pacemaker)

Wiskunde in de maatschappij II

* Onzichtbaarheid:

Wiskunde vaak achter knoppen en schakelaars (remote control), of helemaal volautomatisch (Control Theorie)

Deze tendens vindt weerslag in onderwijs (DEMATHEMATISERING)

'Stelling' 1: *De huidige tendens van DEMATHEMATISERING, onder meer in het VWO, HAVO en HBO is schadelijk voor de kwaliteit van de abiturienten*

O.m. in het natuurkunde-onderwijs

* UNIVERSELE KLACHT: bij veel vervolgonderwijs en bij aankomende leraren

Wiskunde en ICT

Band Wiskunde en ICT via numeriek en symbolisch rekenen en grafische mogelijkheden

Vindt weerslag

in vrijwel alle toepassingsgebieden

* Diagnose: klakkeloos gebruik van ICT (zoals de GRM) is belangrijke reden voor de UNIVERSELE KLACHT:

want belemmert inzicht en formule-vaardigheid

'Stelling' 2: *Verantwoord gebruik van ICT is nodig bij het Wiskundeonderwijs, het huidige gebruik is echter ernstig aan bezinning toe*

cTWO visiedocument:

'Use to learn' versus 'learn to use'

'Ouderwetse' Wiskunde I

'Ouderwetse' Wiskunde:

(Hoofd-) rekenen, rekenen met letters, haakjes verdrijven, &c., met inzicht (symbol sense)

Algebra (Calculus): $\sin(2\varphi) = 2 \sin(\varphi) \cos(\varphi)$, differentiëren met de Kettingregel, &c

Wie beoefenen dit alles 'nog'?

Veel Bèta's, Econom(etr)isten, Mathematisch Biologen, &c (intensiteit varieert en wordt deels gecompenseerd door ICT)

VRAAG: hoe zit dit met huisarts, doktersassistente, kassajuffrouw?

NB: Enige beheersing van 'ouderwetse' Wiskunde is plezierig en je kunt er 'leuke' dingen mee

'Ouderwetse' Wiskunde II

1. Kogelbaan in constante gravitatie

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$$
$$x(t) = ht + x_0$$

↪ 'fijn' oefenen met grafieken
(o.m. parabolen) en vierkantsvergelijkingen

2. Exponentiële afname / groei

3. Oscillaties (zie hieronder)

mechanica, elektrische netwerken, &c

4. Optica: brekingsindex, Fermat, Snellius, lenzen, &c.

5. DATABASE !!

Modelleren I

Brede trend van wiskundig modelleren via computer tools (technisch, wetenschappelijk, TNO, KNP, Europees Galileoproject, &c)

~> meer onderwijs met modelleer tools

Relatie tot UNIVERSELE KLACHT?

FEIT: Modelleren is moeilijk, zeker wanneer het om 'realistische' situaties gaat:

Klimaatvariabiliteit (wordt Europa binnen enige decennia warmer of kouder?)

de verspreiding van vogelgriep over het Aardoppervlak

het vliegen van een BOEING 747 (laat staan van een meeuw)

&c.

* Groot gevaar:
black box situaties met remote controls
(meer van hetzelfde ...)

Modelleren II

'SCHOOLS' modelleren via first principles:
kracht- en ladingsevenwichten, &c.

wetten Newton, Hooke, Ohm, Kirchhoff, &c,
↷ vergelijkingen voor mechanische,
electrische systemen, e.d.

* Inzet ICT zeker wenselijk,
maar niet te vroeg en niet teveel
vermijd black box situaties

NB: bij numerieke methoden worden keuzen
gemaakt (b.v. stapgrootten): ↷ vele pitfalls

* Daarna complexer modelleren, via tools
Steeds *respect* voor Wiskunde i.v.m.
kritische houding leerling

Oscillaties I

Voorbeeld modelleren en van inzet ICT gebruikt algebra (= calculus)

'First principle' Newton II:

$$F = m \times a$$

↪ 2^e orde differentiaalvergelijking:

$$F(x) = mx''$$

Onbekende functie $x = x(t)$, waarin

$$x'(t) = \frac{d}{dt}x(t) \text{ snelheid}$$

$$x''(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t) \text{ versnelling}$$

Hier: x één-dimensionaal

Oscillaties II

1. Veer: $x'' = -\omega^2 x$

Hooke + Newton II: $\omega^2 = k/m$

2. Slinger: $x'' = -\omega^2 \sin x$

Newton II: $\omega^2 = g/\ell$

Overeenkomst:

Oscillatie voor kleine waarden van (x, x')

benadering $\sin x \approx x$:

\leadsto 'kleine oscillaties' slinger

Oscillaties III

1. Lineariteit VEER \rightarrow 'oplosbaarheid'.
Algemene oplossing: $x(t) = R \cos(\omega t + \phi)$
2. Periode $= 2\pi/\omega$,
onafhankelijk van amplitudo R
(isochronie: Galileo en Huygens)
3. Analooq programma voor slinger
niet uitvoerbaar
 \rightsquigarrow 'omweg' via FASEVLAK

Oscillaties IV

Noem $y = x'$

Gegeven algemene oscillator

$$x'' = -F(x)$$

\leadsto vectorveld

$$\begin{aligned}x' &= y \\ y' &= -F(x)\end{aligned}$$

1. Determinisme:

gegeven heden $(x(0), y(0))$

ligt hele toekomst $(x(t), y(t)), t > 0$ vast
als integraalkromme in (x, y) -FASEVLAK

2. Eliminatie t door

$$\frac{x'}{y'} = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{dx}{dy} \leadsto$$

LIJNELEMENTENVELD

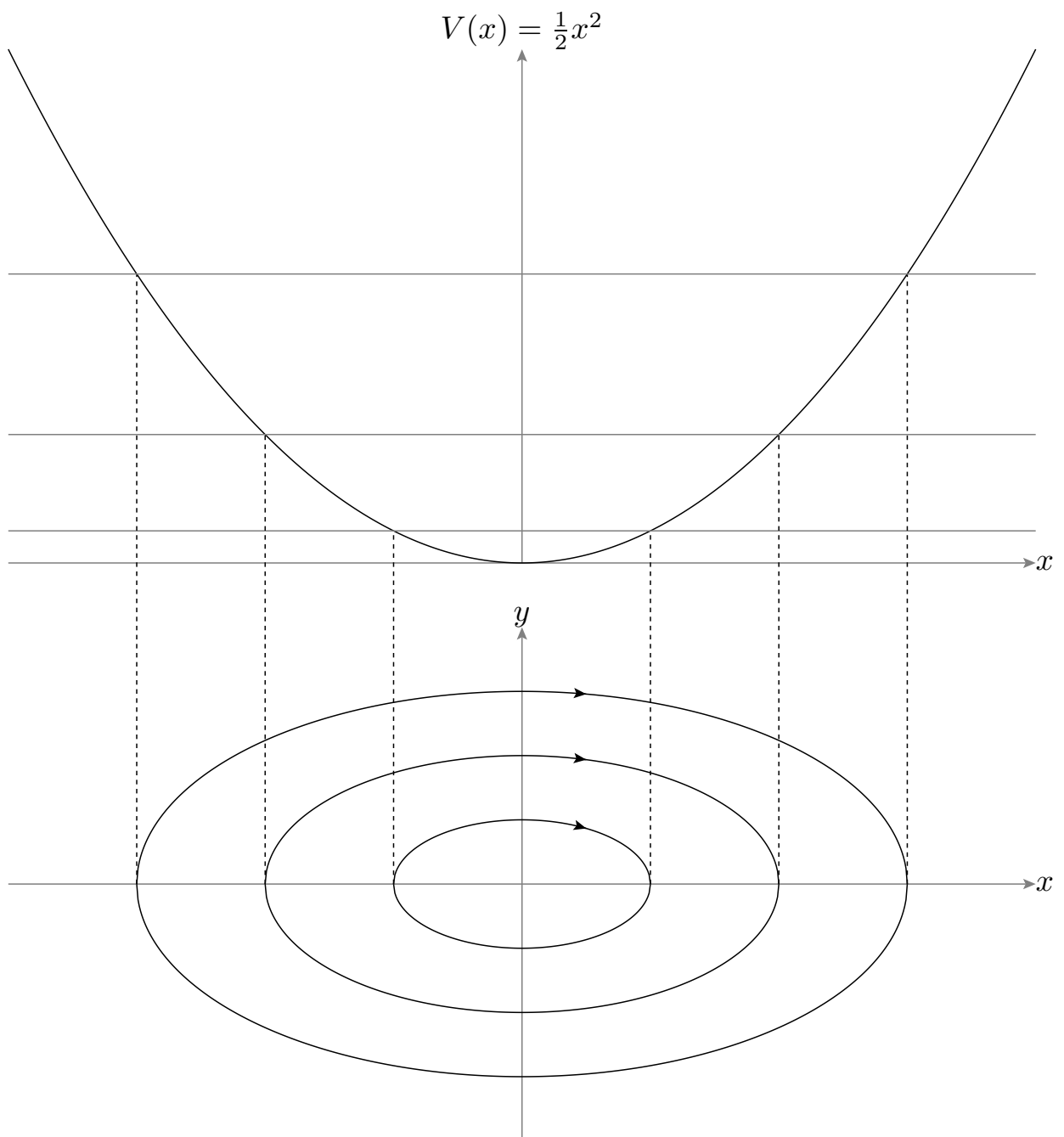
$$ydy + F(x)dx = 0 \quad (*)$$

Oscillaties V

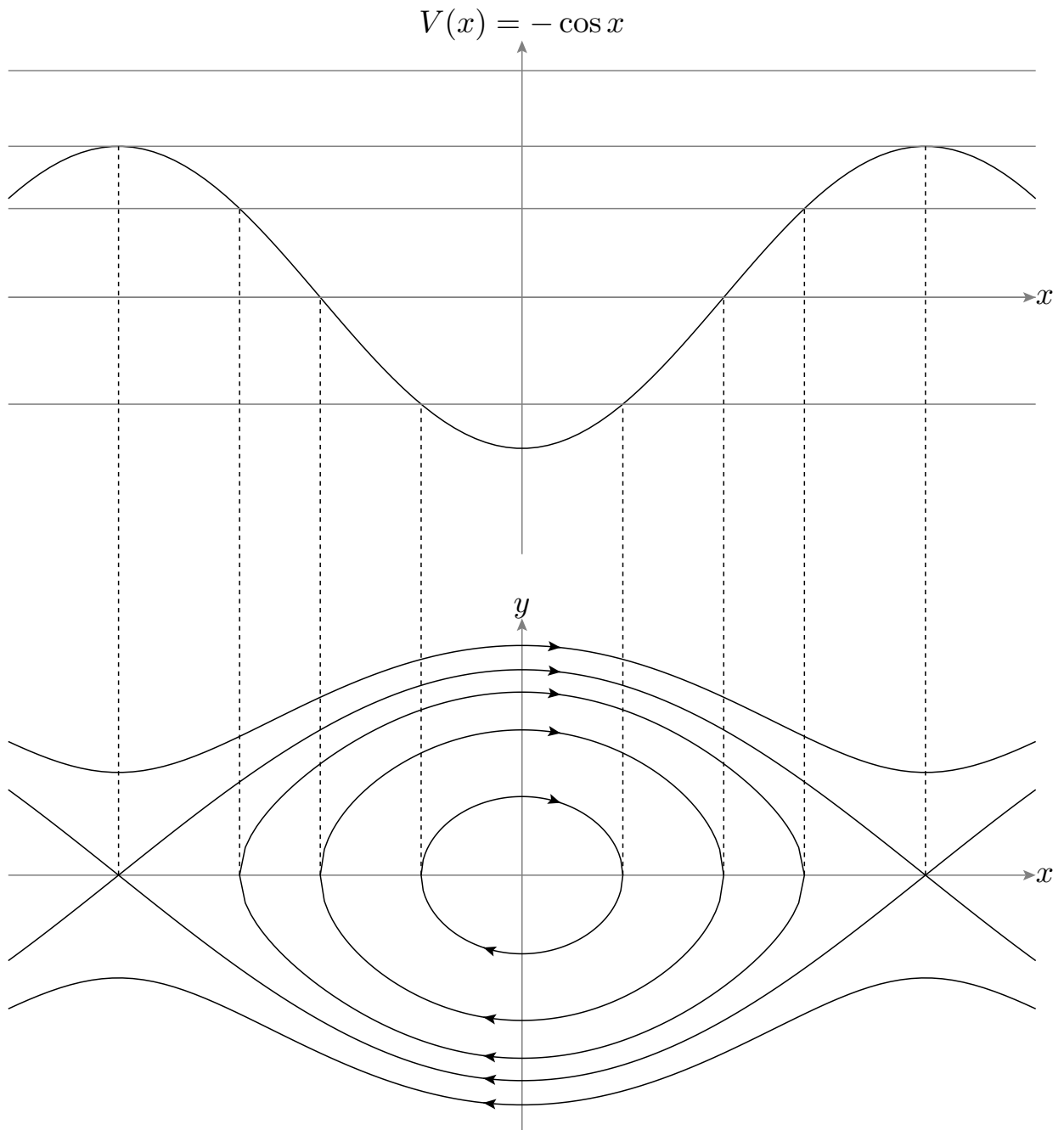
Stelling 3: *STEL* $H(x, y) = \frac{1}{2}y^2 + V(x)$,
waarbij $\frac{dV}{dx}(x) = F(x)$. *DAN* zijn de niveaukrommen $H(x, y) = c$ de integraalkrommen van $ydy + F(x)dx = 0$ (BEHOUD van ENERGIE)

1. Substitueer $\frac{1}{2}y^2 + V(x) = c$ in (*)
2. VEER: $V(x) = \frac{1}{2}\omega^2 x^2$
 \rightsquigarrow integraalkrommen $\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}\omega^2 x^2 = c$
($c = \frac{1}{2}\omega^2 R^2 \geq 0$, ellipsen!)
3. SLINGER: $V(x) = -\omega^2 \cos x$
 \rightsquigarrow integraalkrommen $\frac{1}{2}y^2 - \omega^2 \cos x = c$
($c \geq -\omega^2$)
4. Niet-lineariteit SLINGER:
periode varieert met amplitudo (anisochronie)
5. Modelleer tools: experimenteer met
wrijving (lineair, Coulomb, &c.),
met periodieke aandrijving (chaos), &c.

Veer

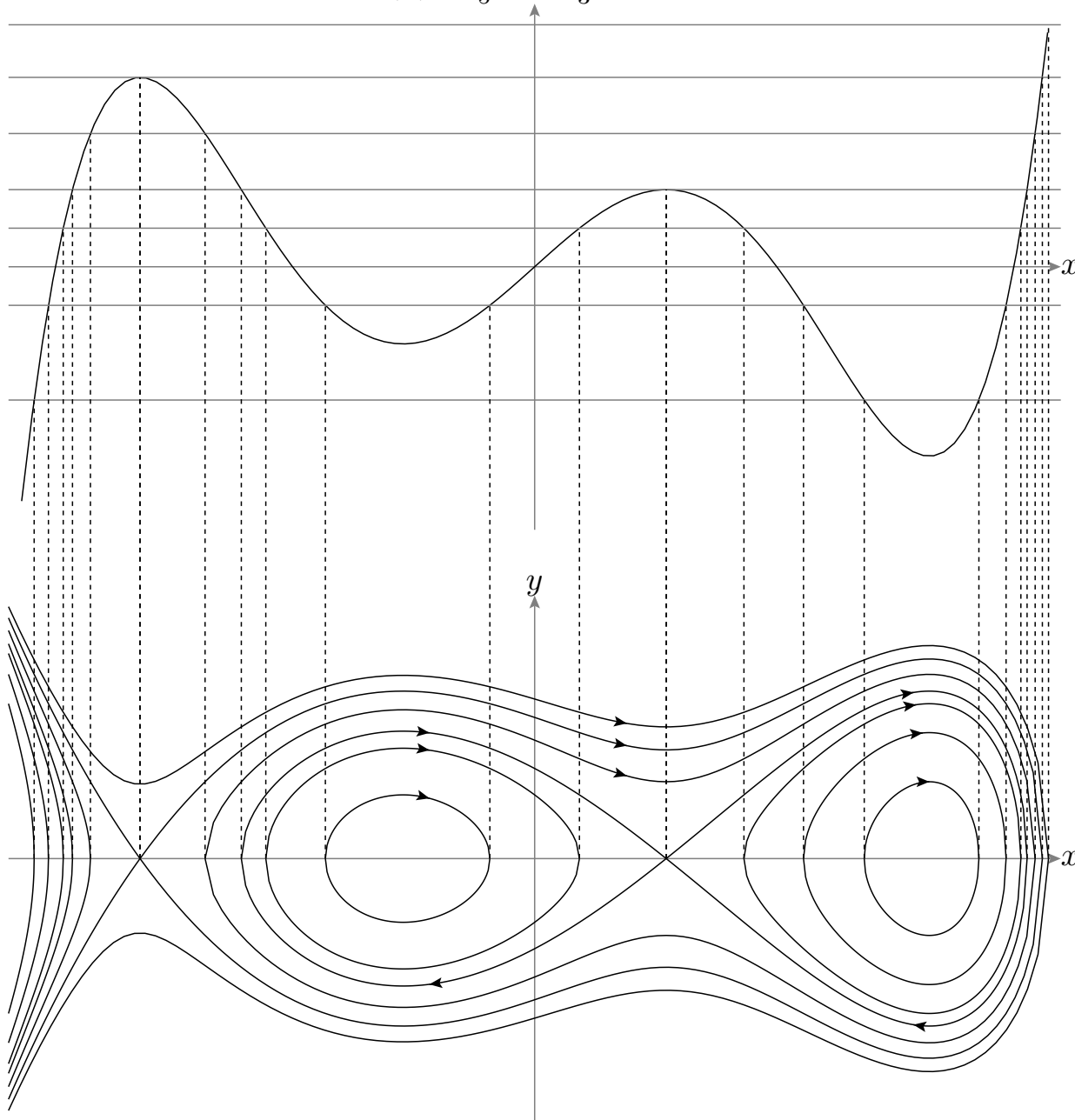


Slinger

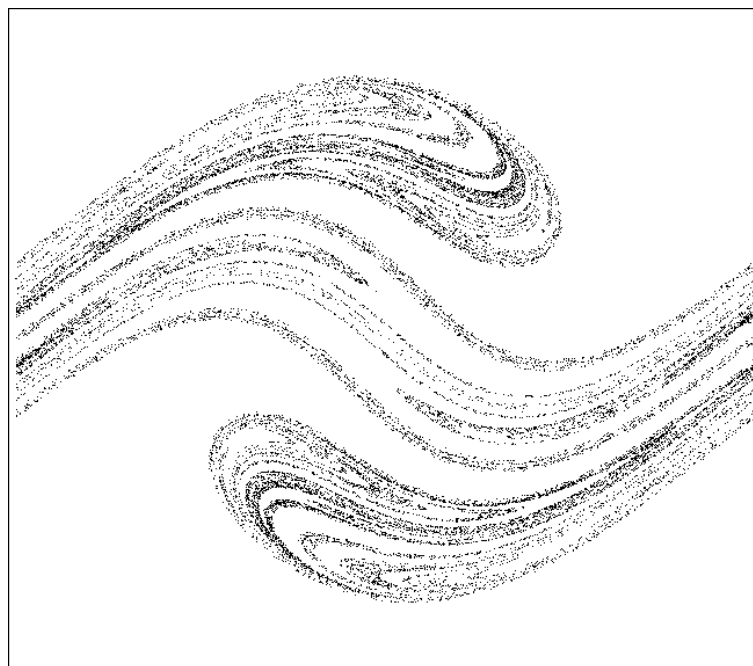
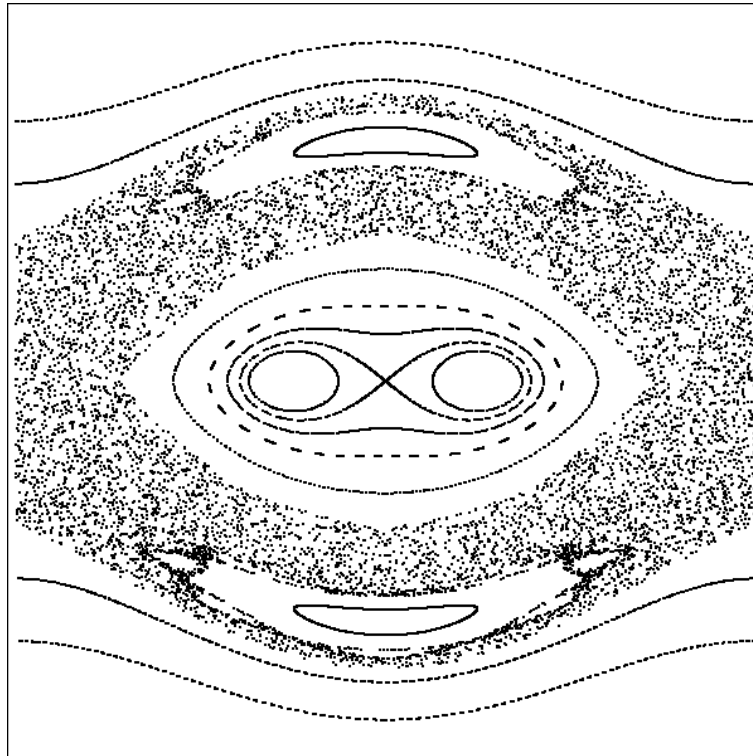


‘Willekeurig’

$$V(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{10}{3}x^3 + 9x$$



Chaos



Achtergrond informatie

Visiedocument cTWO *Rijk aan betekenis: Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*

Visiedocument Commissie Vernieuwing Natuurkundeonderwijs *Natuurkunde leeft*

www.natuurkunde.nl

Anecdotes I

In PR over ZWARTE GATEN geen achterliggende Wiskunde (Differentiaalmeetkunde, Relativiteitstheorie, Einstein c.s.)

Niemand had huidige achteruitgang verwacht: factoren GRM, realistische wiskunde, nieuwe leren, basisvorming (1993)

Het VWO Natuurkundeonderwijs is duchtig ge-DEMATHEMATISEERD, (goede plannen in visiedocument *Natuurkunde leeft!!*)

net als vrijwel alle HBO onderwijs (inclusief lerarenopleiding Wiskunde)

Eric Bergshoeff 3de jaars Natuurkundestudenten; Tom Snijders met SPSS bij promovendi PPSW;

Anecdotes II

CALCULUS 'de' uitvinding van de mensheid
(vergelijkbaar met het WIEL)

Newton is man van het millenium

Formule en rekenvaardigheid (met symbol sense)

~> mogelijkheid van *leuke* problemen

LION projecten RUG en RU over Wiskunde
in de Mechanica (Newton, Kepler)

INTERNET, GOOGLE, POWERPOINT zegeningen

OSCILLATIES ook in L-C netwerken, water
in U-buis, &c., wrijving moeilijker