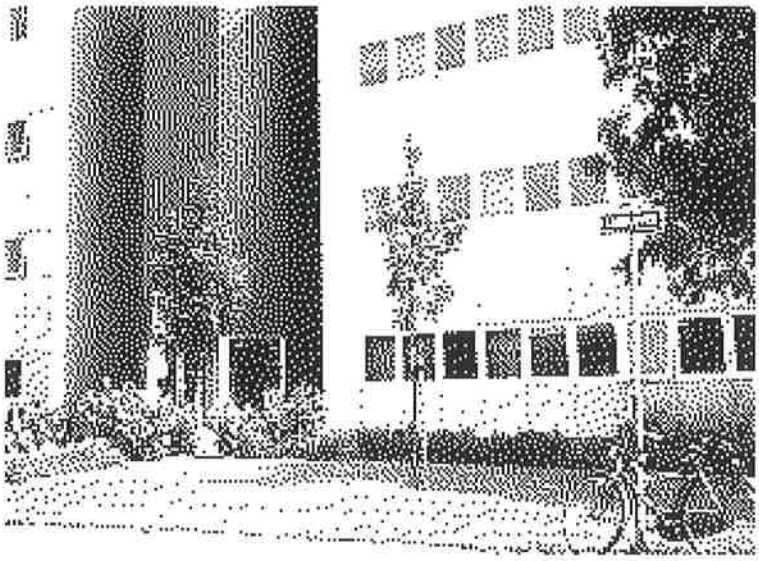
ALUMNIEUWS

APRIL 1998 NUMMER 6



Alumnidag 1998 blz. 14

De kromme en ander krom geklets blz. 9

Emeritaat van een markant figuur blz. 1

Wiskunde en Informatica
Rijksuniversiteit Groningen

Colofon

ALUMNIEUWS is een uitgave van de Afdeling Wiskunde en Informatica Groningen

REDACTIE: Henk de Snoo, Rein Smedinga, Annemieke Beereboom

ADRES: ALUMNIEUWS,
Afdeling Wiskunde en Informatica
Blauwborgje 3, Postbus 800,
9700 AV Groningen,
Tel: 050-3633977,
Fax: 050-3633800,
Email: alumnieuws@cs.rug.nl
WWW: http://www.cs.rug.nl/

LAYOUT: Rein Smedinga

DRUKWERK: Scholma Druk, Bedum

VOORPLAAT: Zie pagina: 14

ALUMNIEUWS wordt verstuurd aan alle alumni van de afdeling wiskunde en informatica en tevens aan informaticastudenten in de afstudeerfase

ALUMNIEUWS is gemaakt m.b.v. LaTeX

Inhoud

Redactioneel
Emeritaat van een markante figuur 1
Nederlands Kampioenschap Programmeren 1997 2
Het harde leven 4
Jack van Lint en een wiskundig spelletje: voetbalpools 5
Monique Somers met weer en wiskunde 8
Bernoulliaans geBazel: De kromme en ander krom geklets 9
Van CFD via ERP naar DECT... 11
Academisch gevormd op de arbeidsmarkt 12
Wiskunde op kleitabletten 14
Alumnidag 1998: het eerste lustrum! 14
Alumnidag: Neurale netwerken 15
Mathematical finance 16
Promoties afgelopen jaar 17

Redactioneel

Voor U ligt de zesde aflevering van ALUMNIEUWS, *waarmee we de afgestudeerden in de wiskunde en informatica op de hoogte willen houden van de gang van zaken bij de Afdeling Wiskunde en Informatica. Bertran de Boer en Eltjo Voorhoeve waren student bij onze afdeling en lichten hun huidige werkzaamheden toe. Jos Nijhuis schrijft over Neurale Netwerken (het thema van de alumnidag 1998), terwijl Herold Dehling, Thomas Mikosch en Diemer Salomé een beschouwing wijden aan Financiële Wiskunde (waarmee Nobelprijzen te verdienen zijn). De zevende Johann Bernoulli lezing vindt plaats op 21 April en wordt gegeven door Prof. Dr. J.H. van Lint (Technische Universiteit Eindhoven): "Wiskunde en de Compact Disc". Het werk van de spreker wordt toegelicht door Jaap Top. Boele Braaksma gaat na een Gronings hoogleraarschap van meer dan 26 jaar met emeritaat en wordt uitgezwaaid door Henk Broer. Wij prijzen ons GELUKKIG om in de serie* Bernoulliaans geBazel *dit jaar een EXCLUSIEVE bijdrage te kunnen plaatsen van RAMES SIK, al jaren HANDELSREIZIGER met SPORTIEVE en HISTORISCHE belangstelling! Verder treft U bijdragen aan over een enquete voor afgestudeerden, een verslag over het Nederlands Kampioenschap Programmeren 1997, en een aankondiging voor de alumnidag 1998. De voorplaat wordt gesierd door een afbeelding van een antieke wiskundige tekst. Elders in dit nummer vindt U nog zo'n afbeelding met verklaring door Jan van Maanen. De Afdeling Wiskunde en Informatica blijft graag op de hoogte van uw adres en werkkring. Wij verzoeken u wijzigingen (of onjuistheden in onze gegevens) door te geven aan de studie-administratie, Afdeling Wiskunde en Informatica, Postbus 800, 9700 AV Groningen.*

Bernoullilezing 21 april 1998
spreker: Prof.dr. J.H. van Lint
plaats: Aula Academiegebouw, 19:30 uur
zie artikel op bladzijde 5

voorafgaand aan de lezing is er 's middags een **lerarenmiddag,**
zie aankondiging op bladzijde 3

Info over zowel lezing als lerarendag bij Jaap Top, tel. 050–363 3986

Emeritaat van een markante figuur

Henk Broer*

* Met dank aan Wout Knol en Piet Scheelbeek

Deze zomer gaat Boele Braaksma met emeritaat. Dit lijkt een goede gelegenheid een korte schets aan hem te wijden. Boele is een markante figuur op het Instituut, die vele alumni zullen kennen als leermeester.

Achtergrond Toen Boele Braaksma (1934) zelf studeerde was het Groningse Mathematisch Instituut een stuk kleiner dan nu. Ik schrijf begin jaren vijftig. Hoe dat, dit even terzijde, in de nabije toekomst weer gaat worden? Hoogleraren in die tijd waren J.C.H. Gerretsen, C.S. Meijer, J. Ridder en de statisticus L.J. Smid. Afgezien van het gewone studentenvertier bloeide in die dagen het wiskundig dispuut „W^4", waar Boele een aantal jaren lid van was.

Hij studeerde af in mei 1957 en promoveerde bij Meijer op het onderwerp *Asymptotic expansions and analytic continuations for a class of Barnes-integrals* op 17 januari 1963. De resultaten werden het jaar daarop gepubliceerd in het tijdschrift Compositio Mathematica. In dit proefschrift wordt een volledig beeld gegeven van de asymptotische ontwikkelingen en analytische voortzettingen van de H–functie van C. Fox. Kort daarop, in 1965, werd hij lector aan de TH–Delft en drie jaar later hoogleraar in de zuivere en toegepaste wiskunde. Tussendoor ging hij een jaar naar Edinburgh, op bezoek bij de asymptoticus Erdélyi. Hij heeft er een levenslange band met het ruige Schotse landschap aan overgehouden. Zijn oratie, met de weidse titel *Beoefening der wiskunde*, hield hij op 28 februari 1968. Stilgestaan werd bij het oplossen van wiskundige problemen, o.a. geïnspireerd door Polya. Ook ging hij kort in op zijn onderzoeksterrein van dat moment, het Sturm-Liouville probleem.

In 1971 keerde Boele Braaksma terug naar Groningen om zijn leermeester Meijer op te volgen als hoogleraar. In wat wel genoemd wordt de 'rijke tijd' was het niet verwonderlijk dat hij erin slaagde een tweetal medewerkers uit Delft bij de Rijksuniversiteit Groningen onder te brengen. Beiden, Aad Dijksma en Henk de Snoo, zijn inmiddels alhier hoogleraar. Vermeldenswaard is nog dat Boele lid van verdienste is van het Wiskundig Genootschap, vanwege zijn oplossingen voor een aantal prijsvragen, gedeeltelijk in samenwerking met de legendarische S.C. van Veen. Hij begon al als student met het inzenden van oplossingen.

Onderzoek In de 70-er jaren zijn hier en elders in Nederland veel nieuwe hoogleraren benoemd. Daardoor is het wiskundig klimaat overal internationaler geworden en heeft zijn ietwat provinciale karakter gelukkig verloren.

De wiskundige cultuur van die tijd was een andere dan die van vandaag. Wie maakt er nu nog alle vraagstukken uit Whittaker en Watson's *Modern analysis*? Boele Braaksma vertegenwoordigt een gebied uit de 'klassieke' wiskunde (analyse), dat complexe functietheorie en speciale functies gericht op differentiaalvergelijkingen omvat. Van oudsher is dit gebied van groot belang voor de mathematische fysica, in het bijzonder ook voor de ingenieurskant ervan. Nu, bijna 30 jaar later, is veel van deze cultuur verdwenen en vervangen door numerieke wiskunde en computer-algebra. De expertise van de genoemde cultuur is trouwens gedeeltelijk gebruikt in de bijbehorende computerprogramma's. Ik noem hier nog als onderwerpen van Braaksma's interesse de (asymptotische) Meijer G–functie, integraaltransformaties en het Stokes-verschijnsel.

Hij werkte en werkt samen met veel mensen, waaronder W.A. Harris en Y. Sibuya. In dit verband heeft Braaksma verschillende malen langere tijd in de Verenigde Staten doorgebracht. Promovendi op deze gebieden waren Han Lemei, Adri Schuitman (beiden uit Delft), en Jan Siersma (1979). De laatste met als co–begeleider Henk de Snoo. Later (1983) begeleidde hij samen met Marius van der Put Trudeke Immink die promoveerde op het Stokesverschijnsel. Hierbij was ook de Franse wiskundige Ramis betrokken. Cees Praagman promoveerde iets later (1985) op een verwant onderwerp bij Van der Put en Braaksma. Zeer recent was Braaksma, samen met Van der Put, nog promotor van Bernard Faber, wederom met het Stokes verschijnsel als

onderwerp.
Een ander onderwerp van Boele's interesse dat mij persoonlijk aangaat, is het vakgebied dynamische systemen: zeg maar stelsels gewone differentiaalvergelijkingen. Het overwegend niet–lineaire karakter hiervan had Poincaré ertoe gebracht naast analytische ook meetkundige methoden te gebruiken. In de 80–er jaren heb ik met Boele op dit gebied samengewerkt. We schreven een aantal artikelen over de Kolmogorov–Arnold–Moser theorie van quasi–periodieke oplossingen op invariante tori. Samen begeleidden we George Huitema, die in 1988 promoveerde. Hierbij was ook de Zwitserse wiskundige Edward Zehnder betrokken.

De persoon Ik heb Boele vooral leren kennen tijdens mijn promotie–aanstelling, eind 70-er jaren. Eén voordracht die ik me herinner was bij het dispuut „W^4", waar hij als gastspreker Riemann's Habilitationschrift besprak over de ζ–functie en het verband met de priemgetallenverdeling. Hij vulde de sprongen en leemten in Riemann's betoog met de huidige kennis van de functietheorie. Wij, toehoorders, waren niet alleen zeer gesticht, maar werden tevens bepaald bij het Schriftwoord „Een rede op haar pas gesproken, is als gouden appelen in zilveren gebeelde schalen" (Spreuken 25, 11).
Tijdens onze intensievere samenwerkingsperiode reisden we een aantal keren samen naar Oberwolfach voor een conferentie. Naast allerlei wetenschappelijks herinner ik me vooral a lot of fun. Er werd toentertijd überhaupt veel gezamenlijk gedronken (en gegeten): met stafleden, promovendi, secretaresses en ouderejaars-studenten. Het gezinsgeluk lachte Boele pas vrij laat in zijn leven toe: eind 70-er jaren leerde hij zijn vrouw Maria de Werker kennen die hem, zoals dat heet, drie gezonde zonen schonk. Sinds een aantal jaren wonen de Braaksma's in Paterswolde.
Boele is een beminnelijk mens, reeds in zijn jonge jaren was hij zijn medestudenten graag tot hulp. Zijn ambitie blijkt hooguit uit de moeilijkheid van de onderwerpen die hij aanpakt. Hoewel hij bij een aantal hiervan duidelijk in de eerste rijen meeliep en nog loopt, trad hij nooit als zodanig op de voorgrond. Mede hierdoor ontstond rond zijn persoon een wetenschappelijk stimulerend klimaat. Hoewel Boele's affiniteit met bestuurszaken nooit erg groot was, is hij jarenlang voorzitter geweest van het dagelijks bestuur van de Examencommissie. In die functie heeft hij ook de ceremonie rond de buluitreiking in zijn oude waardigheid hersteld.
Boele blijft zijn kamer op het Instituut behouden. Wij hopen hem nog vaak te zien en gebruik te mogen maken van zijn grote kennis, vaardigheid en ervaring. Ook de wekelijkse conditietraining onder (deels pianistische bege–) leiding van Pieter Tilstra van het universitaire sportcentrum, mag daarbij zeker niet uit het oog verloren worden.

Henk Broer is hoogleraar bij de eenheid wiskunde en sinds 1 september 1997 tevens directeur van het opleidingsinstituut Wiskunde en Informatica

Nederlands Kampioenschap Programmeren 1997

Petra Oldengarm

Op 18 oktober 1997 hebben vijf studenten van de vakgroep Informatica het Nederlands Kampioenschap Programmeren 1997 georganiseerd. Zij kijken terug op een zeer geslaagd evenement.

Van de 32 deelnemende teams vertegenwoordigden 27 teams de verschillende universiteiten. Verder waren er 5 bedrijven teams (Bolesian, CMG, ICT Automatisering, Infopulse en KPN Research) die in een speciale poule meespeelden. Gedurende 5 uur moesten deze teams aan de slag om een achttal programmeeropgaven op te lossen. Voor elk team was één computer beschikbaar. Het team dat de meeste opgaven goed had in de minste tijd, was de winnaar. Voor elke foutief ingeleverde opgave werd straftijd gerekend! Dat de opgaven niet makkelijk waren, blijkt uit de uitslag. Er waren 6 teams die geen enkele opgave wisten op te lossen! De opgaven waren bedacht door een aantal creatieve studenten uit de organisatie en een aantal docenten. De opgaven moesten per email worden ingestuurd,

de organisatoren

waarna ze werden gecheckt door een volledig geautomatiseerd jureringssysteem. Uit de reacties van de deelnemers viel op te maken dat het systeem z'n werk goed deed. Meestal kreeg men de uitslag binnen enkele seconden al terug. Gedurende de dag werden de deelnemers en toeschouwers goed verzorgd. Er was voor iedereen een lunch, koffie, thee, fris en nog wat lekkers. De toeschouwers konden zich gedurende de dag vermaken in de kantine, waar om het half uur een tussenuitslag werd gepresenteerd. De deelnemers konden deze uitslag vanaf hun werkplek opvragen. Om het wat spannender te maken kon in het laatste half uur de uitslag niet meer worden opgevraagd. Om klokslag 17.00 uur was de wedstrijd afgelopen en was het wachten op de einduitslag. In de kantine was inmiddels een borrel begonnen voor alle deelnemers en toeschouwers. Om 18.00 uur was dan toch de uitslag eindelijk geprint en kon de prijsuitreiking beginnen. Daarvoor was Prof. van der Woude, Rector Magnificus van de Rijksuniversiteit Groningen, aanwezig. De uitslag was enigszins onverwacht. Het was het bedrijventeam Bolesian gelukt om als eerste te eindigen in het algemeen klassement! Dit mocht de pret van de studenten niet drukken, want gelukkig voor hen was er aparte poule voor studenten en voor bedrijven. Het studententeam `*scratch*` van de Rijksuniversiteit Groningen werd eerste in de studenten poule. Na de uitreiking en de borrel gingen veel deelnemers terug naar huis, want ze hadden nog een lange reis voor de boeg. Met de teams die nog aanwezig waren en de mensen die mee hadden geholpen, werd de dag afgesloten met een etentje bij Humpreys.

Petra Oldengarm is laatstejaars studente informatica en medeorganisator van het NKP

De Voorlichtingscommissie Wiskunde & Informatica organiseert in samenspraak met de RuG Lerarenopleiding Wiskunde onder leiding van dr. Anne van Streun rondom de jaarlijkse Bernoulli-lezing een

lerarenmiddag/avond op dinsdag 21 april.

Graag willen we u hiervoor van harte uitnodigen. Het middagprogramma bestaat uit twee gedeeltes. In het eerste deel wordt een indruk gegeven van een van de vakken die in de nieuwe *Omscholing tot Docenten Informatica tweede fase middelbaar onderwijs* aan de orde komen. Zoals wellicht bekend is, starten dergelijke cursussen voor het eerst in september 1998. In het tweede onderdeel van het middagprogramma geeft professor van der Blij (Utrecht) een voorbeeld van een wiskundig probleem dat volgens hem in het kader van het studiehuis niet ongeschikt zou zijn voor sommige scholieren.

Het avondprogramma bestaat uit de jaarlijkse Bernoulli lezing met aansluitend een receptie. Aan dit programma zijn geen kosten verbonden. Deelnemers vanuit het middelbaar onderwijs zal een nascholingscertificaat worden uitgereikt.

Aanmelding en nadere informatie bij Jaap Top, tel. 050-363 3986, email top@math.rug.nl

Het harde leven

Eltjo Voorhoeve

Op 23 juni 1997 was het dan zo ver. Ik had mijn studie afgerond en zou mijn bul krijgen. En ineens ligt er een enorm gapend gat voor je en dat moet je zien in te vullen. Ik heb altijd erg veel plezier gehad in het studeren en het student zijn. Om dan nu ineens elke dag van negen tot vijf te gaan werken, daar had ik nog niet zo veel zin in. Ik had nog totaal geen beeld van de baan die ik wilde. Ik wilde graag toepassingsgericht bezig zijn, een beetje 'probleemoplossen', meer wist ik niet. Ik had sowieso nog niet zo de drang om te gaan solliciteren. Ik moest namelijk eerst nog wat programmeerwerk doen en in juli zou ik op vakantie gaan. Daarna was ik eigenlijk van plan om drie maanden iets totaal anders te gaan doen.

Maar dat ging allemaal niet door. Ik ben op een gegeven moment naar een voorlichtingsmiddag van de GasUnie gegaan en wat daar verteld werd sprak me erg aan. Naast een automatiseringsafdeling heeft de GasUnie namelijk ook een afdeling voor het gastransport. Hierbij gaat het erom dat alle klanten op tijd genoeg gas krijgen en dat er genoeg wordt afgenomen van de aanbieders. Om dit te realiseren is er een groot programma, genaamd ARGOS (Automated Remote Gastransmission and Online Simulation), door Logica geschreven. Het programma bestaat uit twee miljoen regels code, waarvan de helft bestaat uit lege regels en commentaar. ARGOS draait vierentwintig uur per dag in de CCP (Centrale Commando Post), een bunker onder het hoofdkantoor van de GasUnie in Groningen. Via een uitgebreide user interface kan de gebruiker willekeurig een klep in Nederland open of dicht zetten, voorspellingen draaien, enzovoort. Aan dit programma moet vaak iets toegevoegd of veranderd worden en hiervoor is een groep van 12 man verantwoordelijk.

Dit alles kreeg ik dus te horen op die voorlichtingsdag van de GasUnie en het sprak mij dusdanig aan, dat ik hier graag achteraan wilde. Toen ik uiteindelijk de tweede ronde door was, besefte ik dat ik totaal geen vergelijkingsmateriaal had met andere bedrijven, dus ben ik bij andere bedrijven gaan solliciteren. Inmiddels had ik al een wat duidelijker beeld van wat ik wilde gaan doen. Sommige mensen zouden misschien kiezen voor het werken bij een softwarebedrijf, om dan na een jaar of twee door te kunen stomen naar de functie van projectleider. Het programmeerwerk bij een softwarebedrijf leek mij echter geen uitdaging. Toch wilde ik nog wel wat programmeerwerk doen om tenminste met dat aspect van de studie nog iets te doen.

Uiteindelijk bood de GasUnie mij een leuke baan met een goed salaris en in september ben ik begonnen met werken. Voor deze baan staat een lange inwerkperiode. Er wordt hier gewerkt met VMS en VMS-Pascal, wat een hoop extra mogelijkheden biedt boven standaard Pascal. Op zich had ik met het programmeren in VMS-Pascal niet zo heel veel moeite. Waar wel veel tijd in gaat zitten, is in het bestuderen van de verschillende subsystemen. ARGOS is onderverdeeld in 24 verschillende subsystemen die ieder een andere taak hebben. Het is nu de bedoeling dat ik me in een aantal subsystemen verdiep om me uiteindelijk een globaal overzicht te kunnen vormen over alle subsystemen.

Het oplossen van problemen binnen het ARGOS-systeem gaat altijd met behulp van een reviewer. Dit is een collega die ook kennis heeft van een specifiek subsysteem en die controleert of je geen fouten maakt. Ook is het systeem uitgebreid gedocumenteerd en zal je je aan een bepaalde „coding standard" moeten houden. Dit alles is noodzakelijk gezien de omvang, complexiteit en vereiste robuustheid van het programma. Op het moment houd ik me echter bezig met de migratie van VAX machines naar nieuwere machines, Alpha's. Hiervoor moet ook de onderliggende grafische user interface veranderd worden van UIS naar X-windows. Voor mijn afstuderen heb ik erg veel met X-windows gewerkt en bovendien is dat altijd al een hobby van me geweest, dus dit bevalt me wel.

De gemiddelde leeftijd bij de GasUnie ligt vrij hoog. Er is een aantal jaren weinig gedaan aan het werven van nieuw personeel. Met mijn vierentwintig jaar ben ik dus de jongste; de een-na-jongste is al weer 29 jaar. Dit leeftijdsverschil is ech-

ter helemaal geen probleem. De sfeer is erg goed en we nemen elkaar vaak in de maling, iets wat ik altijd wel weet te waarderen.
Uiteindelijk kan ik terugkijken op een plezierige studententijd en een fijne studie. Het was eigenlijk direct na mijn middelbare school al duidelijk dat ik informatica zou gaan doen. Ik zat alleen behoorlijk te twijfelen, of ik dat aan een universiteit of een technische universiteit zou gaan doen. Als het qua studie niets uitmaakte, wilde ik het liefst hier in Groningen zitten. Tijdens een voorlichtingsdag is mij toen verteld, dat ik mij hier in Groningen ook kon verdiepen in de technische kant, als ik dat zou willen. Dat heeft voor mij de doorslag gegeven. Achteraf heb ik me wel eens afgevraagd, of Groningen wel zo technisch is als bijvoorbeeld Twente, maar uiteindelijk wilde ik dat immers ook niet.
Heel saai gezegd, heb ik de leukste studie gedaan in een hardstikke leuke stad, en nu heb ik een ontzettend leuke baan in diezelfde stad. En ach..., op den duur wen je wel aan het vroege opstaan!

Jack van Lint en een wiskundig spelletje: voetbal-pools

Jaap Top

Op 21 april 1998 kunnen we weer naar de jaarlijkse Bernoulli-lezing. Deze keer wordt aan de lijst Kalman, Zeeman, Halmos, Lenstra, Golub en Cox de naam Van Lint toegevoegd. Hoewel de lijst misschien wat anders suggereert, is dit nog maar de tweede keer dat de eer om zo'n lezing te mogen geven aan een Nederlander te beurt valt.

Jack van Lint werd al op heel jonge leeftijd (hij was 26) hoogleraar in de wiskunde aan wat nu de Technische Universiteit Eindhoven is.
In plaats van te proberen, een zo volledig mogelijk beeld te schetsen van de wiskundige bijdragen van Van Lint, gaan we ons in dit stukje beperken tot één onderwerp. De keuze ervan is tamelijk willekeurig, behalve dan dat gezocht is naar iets wat aan een drietal eisen voldoet. Ten eerste moet het onderwerp ook voorkomen in het werk van Van Lint. Ten tweede moet het aan een redelijk algemeen wiskundig publiek uitgelegd kunnen worden, en ten derde moet het ook wel een beetje representatief zijn, en zo mogelijk zelfs een indruk geven van een vakgebied. U mag zelf beoordelen in hoeverre het volgende aan zulke voorwaarden voldoet.

Het probleem Het „football pool problem" is een wiskundig puzzeltje waaraan volgens de Mathematical Reviews alleen al sinds het einde van de jaren '80 minstens 12 serieuze wiskundige artikelen gewijd zijn. Het gaat om het volgende.
Stel dat we de uitslag (Winst, Verlies, Gelijkspel) willen voorspellen van een aantal, we schrijven n, voetbalwedstrijden. Om misverstanden te voorkomen gaan we uit van n thuiswedstrijden, en we noteren Winst, Verlies of Gelijkspel van elke thuisclub. Verder gaan we er maar van uit dat het behalen van Winst, Gelijkspel of Verlies louter aan toevalligheden te danken is. Preciezer gezegd, alle in totaal 3^n mogelijke uitslagen zijn even waarschijnlijk. Er is dan maar één manier om er zeker van te zijn, dat we de correcte uitslag hebben voorspeld: *alle* 3^n mogelijkheden noemen. Wie er minder noemt loopt een (misschien heel kleine, maar toch) kans dat hij/zij nou net de correcte uitslag heeft weggelaten.
Deze strategie van gewoon maar alles voorspellen leidt gegarandeerd tot het behalen van de hoofdprijs, maar is ook duur. Meestal hangt er een prijskaartje aan elke voorspelling, en hier geven we er maar liefst 3^n. Het zou dus voordeliger kunnen zijn, ons van nature inhalige denken wat te beperken, en genoegen te nemen met de garantie dat we in elk geval de tweede prijs in de wacht slepen. Dat wil zeggen dat we zoveel verschillende voorspellingen doen, dat we er zeker van zijn dat er eentje tussen zit die misschien niet alle n uitslagen correct voorspelt, maar toch zeker $n-1$ ervan.
Het probleem is nu, te bepalen aan hoeveel voorspellingen we genoeg hebben om zo'n gegarandeerde tweede prijs in de wacht te slepen.

Hoogstens 3 wedstrijden Als er maar één wedstrijd wordt gespeeld, dan vergt het weinig inspanning om alle uitslagen op hooguit één na correct te voorspellen. Het probleem begint derhalve bij $n = 2$. Als we in dat geval slechts twee voorspellingen zouden doen, dan blijft de mogelijkheid over dat voor beide zowel de uitslag van de eerste wedstrijd als van de tweede wedstrijd onjuist is voorspeld. Dus het minimale aantal nodige voorspellingen is minstens 3. Bovendien lukt het ook zeker met 3 voorspellingen, als je er bijvoorbeeld voor zorgt dat deze alle drie mogelijke uitslagen voor de eerste wedstrijd bevatten.
Voor $n = 3$, dus drie wedstrijden, wordt het al lasti-

ger. Als we een voorspelling v doen voor alle 3 wedstrijden, dan bestrijkt deze in totaal $7 = 1+3\cdot 2$ mogelijke uitslagen. Immers, onze v levert (minstens) een tweede prijs als v exact goed is, en ook als v alleen op de eerste wedstrijd onjuist is (dat kan op twee manieren), en evenzo alleen onjuist op de tweede of op de derde wedstrijd. Leveren we twee voorspellingen in, dan bestrijken die samen hooguit 14 uitslagen; met drie voorspellingen zijn dat er hooguit 21 en zo zie je dat er minstens 4 voorspellingen gedaan dienen te worden om alle 27 mogelijke uitslagen te voorspellen met hooguit één foute erbij. Echter, zelfs 4 voorspellingen blijken niet genoeg te zijn. Immers, van zo'n viertal zijn er zeker twee die voor minstens één van de drie wedstrijden dezelfde uitslag voorspellen. En voor die twee voorspellingen geldt, dat er minimaal twee mogelijke uitslagen zijn die zowel hoogstens één fout afzitten van de eerste als van de tweede. Dus met die twee voorspellingen bestrijken we hooguit $7 + 7 - 2 = 12$ mogelijke uitslagen. Met de overige twee komen daar nog op z'n hoogst 14 uislagen bij, en dat is tezamen minder dan alle 27 mogelijkheden. Kortom, we hebben minimaal 5 voorspellingen nodig. En dat blijkt ook voldoende: bijvoorbeeld levert van het vijftal (V,V,V) (V,G,G) (G,W,W) (W,V,G) (W,G,V) er altijd minstens één minimaal een tweede prijs.

Een meer wiskundige beschrijving De combinatoriek die al om de hoek komt kijken bij de gevallen van slechts twee of drie wedstrijden wordt heel snel lastiger. Om toch nog wat meer te kunnen zeggen, zullen we het hele probleem wat wiskundiger formuleren.

De verzameling mogelijke uitslagen van een wedstrijd schrijven we als $\mathbb{F}_3 := \{0,1,2\}$. Hiervan wordt door algebraïci een *lichaam* gemaakt; dit houdt simpelweg in, dat ze doen alsof ze niet eens tot drie kunnen tellen, en dan is $1+2 = 0$ en $2+2 = 1$ en $2\cdot 2 = 1$ en $1/2 = 2$ enzovoorts. Een voorspelling van n wedstrijden is hiermee een vector in de ruimte $\mathbb{F}_3^n$ van n-tupels over $\mathbb{F}_3$ geworden. Op de ruimte $\mathbb{F}_3^n$ zetten we vervolgens een metriek d, gegeven als $d(v,w) =$ het aantal coördinaten waarop de vectoren v en w verschillen.

Bij een voorspelling v zijn we geïnteresseerd in alle mogelijke uitslagen die in slechts x één wedstrijd (coördinaat) of minder van v verschillen. Dit is precies de bol om v met straal 1, oftewel $B(v,1) := \{w \in \mathbb{F}_3^n \mid d(v,w) \leq 1\}$. Het voetbal pool probleem komt dan neer op het vinden van een zo klein mogelijke verzameling $S \subset \mathbb{F}_3^n$ met de eigenschap, dat de bollen met straal 1 om de elementen van S de hele $\mathbb{F}_3^n$ overdekken.

Bij een $v \in \mathbb{F}_3^n$ zijn er 2 vectoren in $B(v,1)$ die in de eerste coördinaat van v verschillen, ook 2 die in de tweede verschillen, enzovoorts tot en met de n-de coördinaat. Dus met v zelf erbij bevat zo'n bol precies $2n+1$ vectoren. Willen de bollen om de punten in een verzameling S de hele $\mathbb{F}_3^n$ overdekken, dan moet dus zeker gelden

$$(2n+1)\cdot \#S \geq \#\mathbb{F}_3^n = 3^n,$$

dus $\#S \geq 3^n/(2n+1)$. Het meest optimale geval dat zich dus voor zou kunnen doen, is een S met $\#S = 3^n/(2n+1)$. Voor de meeste waarden van n is dit natuurlijk niet mogelijk omdat in het algemeen $3^n/(2n+1)$ niet eens een geheel getal is. We onderzoeken nu even het geval, dat aan deze beperkende voorwaarde *wel* is voldaan, dus $3^n/(2n+1) \in \mathbb{Z}$. Dit betekent, dat $2n+1$ een deler moet zijn van 3^n. Omdat alle delers van 3^n zelf ook machten van 3 zijn, is er dan een k met $2n+1 = 3^k$ en dus $n = (3^k-1)/2$. Voor $k = 2$ en dus $n = 4$ krijgen we precies het kleinste geval dat niet al hierboven behandeld is. Willen de 3^{n-k} bollen met straal 1 om een verzameling S de hele $\mathbb{F}_3^n$ overdekken, dan moeten in dit geval die bollen disjunct zijn omdat anders hun vereniging uit $< 3^{n-k}\cdot(2n+1) = 3^n$ punten zou bestaan. Dit disjunct zijn van twee bollen $B(v,1)$ en $B(w,1)$ wil precies zeggen, dat $d(v,w) \geq 3$. Immers, niet disjunct zijn houdt in dat je door eerst één coördinaat en vervolgens misschien een tweede te veranderen, v in w kunt doen overgaan. En dat kan alleen voor $d(v,w) \leq 2$.

Ons probleem is nu, of er voor $n = (3^k-1)/2$ ook echt 3^{n-k} vectoren in $\mathbb{F}_3^n$ te vinden zijn die onderling allemaal afstand minstens 3 hebben. Deze blijken te bestaan, en we geven kort de constructie. Maak een matrix H met k rijen en $(3^k-1)/2$ kolommen, als volgt. De kolommen zijn precies alle vectoren in $\mathbb{F}_3^k$, die $\neq 0$ zijn, en waarin de eerste coördinaat die niet-nul is, gelijk is aan 1. Er zijn inderdaad precies n zulke kolommen, want er zijn (3^k-1) vectoren $\neq 0$ in $\mathbb{F}_3^k$, en de helft ervan heeft als eerste niet nul coördinaat een 1 en de andere helft een 2. Neem vervolgens

$$S := \{v \in \mathbb{F}_3^n \mid Hv = 0\}.$$

Deze S is een lineaire deelruimte van $\mathbb{F}_3^n$. Omdat de rang van H gelijk is aan k, is de dimensie van S gelijk aan $n-k$ en dus bestaat deze S inderdaad uit 3^{n-k} vectoren. Nu moeten we nog inzien dat die allemaal onderlinge afstand ≥ 3 hebben. Merk daartoe op, dat als $v_1, v_2 \in S$, dan is ook $w := v_1 - v_2 \in S$. We moeten inzien dat v_1 en v_2 op tenminste drie plaatsten verschillen, oftewel dat w tenminste drie coördinaten $\neq 0$ heeft. Zo'n $w \in S$ voldoet aan $Hw = 0$, met andere woorden, w beschrijft een lineaire relatie tussen de kolommen van H. En omdat H zo is gemaakt dat elk tweetal kolommen lineair onafhankelijk is, betekent dit dat als $w \neq 0$, dan heeft w ook inderdaad tenminste drie coördinaten ongelijk aan nul. Hiermee is het voetbal pool probleem voor elke n van de vorm $(3^k-1)/2$ opgelost. In het bijzonder zien we dat het minimale aantal benodigde voorspellingen gelijk is aan 3^{n-k}. Voor $n = 4$ kunnen we dus met 9 voorspellingen volstaan (en niet met minder), en voor $n = 13$ is het minimale aantal $3^{10} = 59049$.

Precies 5 wedstrijden In 1967 publiceerde J.H. van Lint in een gezamenlijk artikel met H.J.L. Kamps de oplossing voor het geval $n = 5$. Merk op, dat we in dit geval zeker voldoende hebben aan 27 voorspellingen. Combineer namelijk alle mogelijke uitslagen voor de vijfde wedstrijd met de 9 mogelijkheden die voor het geval van de eerste vier wedstrijden voldoende zijn. Met een lang en ingenieus combinatorisch argument tonen Kamps en Van Lint aan, dat minder dan 27 voorspellingen voor het geval van 5 wedstrijden niet voldoende is.

Voorzover mij bekend, hebben we hiermee alle gevallen waarin het probleem volledig is opgelost gegeven. Dit zijn dus $n \leq 5$ en alle $n = (3^k - 1)/2$. Het eerstvolgende, open, probleem doet zich dus al voor bij $n = 6$.

Minstens 6 wedstrijden Omdat we bij 5 wedstrijden aan 3^3 goed gekozen voorspellingen voldoende hebben, zijn voor $n \geq 5$ de 3^{n-2} keuzes voldoende, die je krijgt door alle mogelijkheden voor de zesde en verdere wedstrijden te combineren met de 27 gekozen gevallen voor de eerste 5 wedstrijden. Voor $n \geq 13$ kunnen we zelfs volstaan met 3^{n-3} voorspellingen door uit te gaan van een optimale reeks keuzes bij $n = 13$, en vanaf $n = 40$ kunnen we toe met 3^{n-4} mogelijkheden, enzovoorts. Het fenomeen dat zich voordeed bij $n = 5$, namelijk dat zo'n strategie ook optimaal blijkt te zijn, doet zich echter niet nog eens voor. Al voor $n = 6$ gaat het mis. Bovenstaande redenering laat zien dat we aan 81 voorspellingen voldoende kunnen hebben. Hier is in de loop der jaren steeds wat afgeknabbeld. Weber (1983) maakte er 79 van, Wille (1987) toonde aan dat zelfs 74 al genoeg was, en het huidige record schijnt te zijn 73, gepubliceerd door Van Laarhoven, Aarts, Wille en (jawel) Van Lint, in 1989. Wat zij in feite doen, is een algoritme beschrijven dat een zo zuinig mogelijke overdekking met bollen van straal 1 probeert te vinden. In dit algoritme zit een stuk stochastiek: gegeven een aantal bollen, wil je natuurlijk een volgende bol toevoegen die zoveel mogelijk nog niet bedekte vectoren bevat. Maar het algoritme laat een kleine kans toe, dat juist een helemaal niet optimale nieuwe bol wordt toegevoegd. Zo'n methode staat in de stochastiek bekend onder de naam „simulated annealing," ook wel „stochastisch koelen." Niet alleen voor $n = 6$ maar ook voor hogere waarden zijn met dergelijke algoritmen vele nieuwe bovengrenzen voor het minimale aantal benodigde voorspellingen gevonden.
In heel recente publicaties (1996/1997) wordt overigens een nog nieuwer algoritme gebruikt dat op bepaalde zoek-strategieën („tabu search") is gebaseerd. Finse combinatorici zoals Östergård hebben hiermee bijvoorbeeld voor $n = 9$ de bovengrens omlaaggehaald tot 1341.
In plaats van een opsomming van allerlei grenzen en vervolgens verbeteringen ervan te geven, volstaan we met nog één algemeen resultaat. Als je voor het geval van m wedstrijden aan N voorspellingen voldoende hebt, dan blijkt voor $n = 2m + 1$ het aantal $2 \cdot N \cdot 3^m$ te volstaan. Dit is als volgt in te zien.
Laat $S \subset \mathbb{F}_3^m$ een verzameling bestaande uit N elementen zijn die voor m wedstrijden volstaat. We maken daarbij een deelverzameling $T \subset \mathbb{F}_3^{2m+1}$, als volgt. De elementen uit $\mathbb{F}_3^{2m+1}$ schrijven we als (t, a, b) waarbij $t \in \mathbb{F}_3$ en $a, b \in \mathbb{F}_3^m$. Onder T verstaan we dan precies die tripels (t, a, b) waarvoor geldt dat $a - b \in S$ en waarvoor bovendien t plus alle coördinaten van a bij elkaar opgeteld (optellen in $\mathbb{F}_3$!) niet 0 is. Bij een willekeurige $b \in \mathbb{F}_3^n$ kan je dan als a alle vectoren $b + s$ met $s \in S$ nemen, en bij zo'n paar (a, b) mogen dan nog de 2 waarden voor t die de genoemde som niet nul maken. Kortom, T bevat precies $2 \cdot N \cdot 3^m$ elementen. We moeten nu nog inzien dat elke vector in $\mathbb{F}_3^{2m+1}$ op afstand ≤ 1 van een element van T ligt. Schrijf zo'n vector in de vorm $v = (\xi, x, y)$ als boven. Er zijn nu vier gevallen:
Als ξ + de coördinaten van x ongelijk is aan 0 en $x - y \in S$, dan is $v \in T$.
Als ξ + de coördinaten van x ongelijk is aan 0 en $x - y \notin S$, dan kan je één coördinaat van y veranderen zodat je een element van T krijgt.
Als ξ + de coördinaten van x gelijk is aan 0 en $x - y \in S$, dan kunnen we ξ veranderen en zo een element van T krijgen.
En tenslotte, als ξ + de coördinaten van x gelijk is aan 0 en $x - y \notin S$, dan is door één coördinaat van x te veranderen een element uit T te verkrijgen.

Coderingstheorie We keren nog even terug naar het geval $n = (3^k - 1)/2$, waar we toch duidelijk de meest optimale oplossing hebben gevonden. Hier geldt namelijk niet alleen, dat de gegeven bollen met straal 1 de ruimte $\mathbb{F}_3^n$ overdekken, maar ze zijn bovendien disjunct. Dit disjunct zijn houdt precies in, dat de verzameling S in dit geval een voorbeeld is van een „code" die één fout kan corrigeren: dat wil zeggen, als een bericht uit S wordt verstuurd, en een ontvanger een vector in $\mathbb{F}_3^n$ zou ontvangen waarin bij het verzenden hooguit één coördinaat is verstoord, dan is er een unieke $s \in S$ die maar één coördinaat van het ontvangen bericht verschilt, en die s was dus de verzonden boodschap. In coderingstheorie wordt in dit geval een bericht uit $\mathbb{F}_3^{n-k}$ genomen; op een of andere manier worden deze berichten geïdentificeerd met de elementen van S en dan verzonden. De ontvanger kan, mits er onderweg niet teveel is misgegaan, uit het ontvangen bericht het element van S dat verzonden is terugvinden en daarmee ook de oorspronkelijke vector uit $\mathbb{F}_3^{n-k}$.

De overgang van $\mathbb{F}_3^{n-k}$ naar S hier, maakt van een bericht met lengte $n - k$ een bericht van lengte n. Hiermee gaat de informatiedichtheid van te verzenden berichten omlaag, want om iets bestaande uit $n-k$ symbolen te versturen, worden n symbolen ge-

bruikt. Tegenover dit nadeel staat het voordeel, dat uit een ontvangen bericht een eventueel foutje gecorrigeerd kan worden. Uiteraard werken de twee eisen, namelijk enerzijds de informatiedichtheid zo groot mogelijk houden en anderzijds ook zoveel mogelijk fouten kunnen verbeteren, elkaar tegen. Onder de codes die één fout kunnen verbeteren (en waarin derhalve de vectoren onderling afstand minstens 3 moeten hebben), is zo'n hier beschreven code van dimensie $(3^k-1)/2-k$ qua informatiedichtheid optimaal. Immers, er is geen enkele ruimte meer over buiten de bollen met straal 1 om de elementen van de code. Een verzameling S met deze eigenschap heet een *perfecte* code; in feite hebben we laten zien dat in het geval van 1 fout verbeterende codes van lengte $(3^k-1)/2$ over $\mathbb{F}_3$ zulke perfecte codes bestaan. In de literatuur staat ons voorbeeld bekend onder de naam Hamming code over $\mathbb{F}_3$.

Hiermee komen we terecht bij een ander onderwerp waarover Van Lint vrij veel gepubliceerd heeft: het al of niet bestaan van perfecte codes. We zullen hier niet verder op in gaan.

Goppa codes: een voorbeeldje Coderingstheorie is ongetwijfeld het onderwerp waar Van Lint het meest over geschreven heeft. De afgelopen 20 jaar heeft dit vakgebied een enorme invloed gehad vanuit (en ook *op*!) de algebraïsche meetkunde. Van Lint is aan deze ontwikkeling bepaald niet voorbijgegaan, zoals blijkt uit een aantal publicaties van hem uit het eind van de jaren '80.

Het blijkt, dat met behulp van de meetkunde codes zijn te construeren waarvoor de balans tussen fouten verbeterend vermogen en informatiedichtheid heel gunstig ligt. Zulke zogeheten „Goppa codes" kan men bovendien vaak op een efficiënte manier coderen en ook weer decoderen. In plaats van allerlei algemeenheden hierover te vermelden zullen we volstaan met een heel erg simpel voorbeeldje. Dit laat zien, hoe de oplossing van het voetbal pool probleem voor $n = 4$ ook als Goppa code te realiseren is.

Neem de „kromme" $\mathbb{P}^1$ over $\mathbb{F}_3$, bestaande uit de 4 punten $\{0, 1, 2, \infty\}$. Op deze kromme beschouwen we de ruimte van functies

$$\mathcal{L} := \left\{ \frac{(ax+b)(x^2+1)}{x^3-x+1} \mid a, b \in \mathbb{F}_3 \right\}.$$

Elke functie $f \in \mathcal{L}$ kunnen we evalueren in de punten van $\mathbb{P}^1$, en dan ontstaat een vector $(f(0), f(1), f(2), f(\infty)) \in \mathbb{F}_3^4$. De onderlinge afstand tussen de zo verkregen vectoren blijkt dan minstens 3 te zijn. Immers, het verschil van twee zulke vectoren is precies de vector die hoort bij de verschilfunctie. Deze verschilfunctie zit ook weer in $\mathcal{L}$, en het is eenvoudig in te zien dat een functie $\neq 0$ in $\mathcal{L}$ hooguit één nulpunt in $\{0, 1, 2, \infty\}$ heeft. Met andere woorden, de bijbehorende vector heeft minstens 3 coördinaten ongelijk aan nul. Hetzelfde argument laat zien dat alle 9 functies in $\mathcal{L}$ onderling verschillende vectoren in $\mathbb{F}_3^4$ opleveren. Dus zo krijgen we inderdaad weer een perfecte code met vectoren van onderlinge afstand minstens 3, zoals we al eerder hadden.

Op eenzelfde manier zijn, door veel ingewikkelder krommen te nemen met veel meer punten erop dan we hier hadden, en vervolgens weer allerlei functies op die krommen te evalueren in al die punten, ook codes te maken. En net als in het voorbeeld levert kennis over nulpunten (en polen) van zulke functies dan weer informatie op over de code.

Jaap Top is universitair hoofddocent bij de eenheid wiskunde

Monique Somers met weer en wiskunde

Foto: Wim Melis

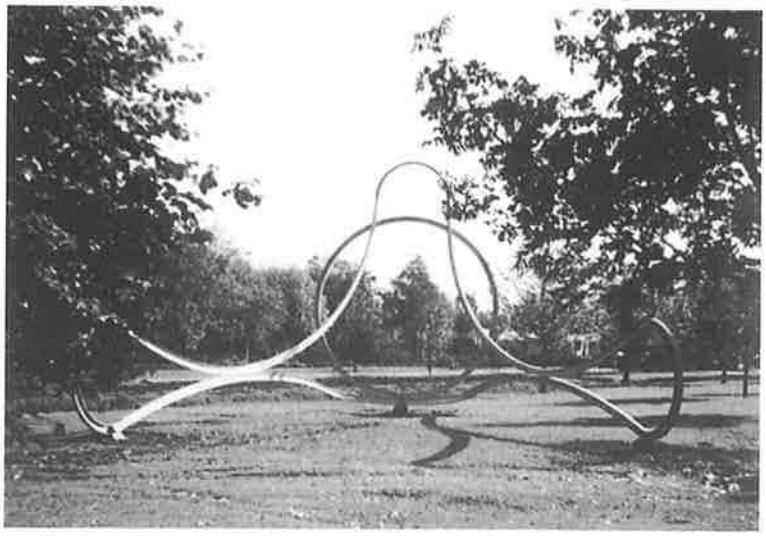
Onze eerstejaars wiskundestudenten worden elk jaar geconfronteerd met wiskundigen die in een gastcollege vertellen waar ze zich in hun dagelijkse praktijk zoal mee bezig houden. Dit jaar was één van de sprekers Monique Somers, die op de televisie het weerbericht presenteert. Zij studeerde wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam; haar afstudeerrichting was mathematische fysica (stromingsleer). Later volgde nog een bijvak meteorologie aan de Vrije Universiteit. Vier jaar rekenen bij het Nationaal Lucht- en Ruimtevaart Laboratorium werden gevolgd door een interne opleiding bij het KNMI tot praktisch meteoroloog. Een screentest opende vervolgens de deur naar de publieke omroepen.

Bernoulliaans geBazel: De kromme en ander krom geklets

Rames Sik

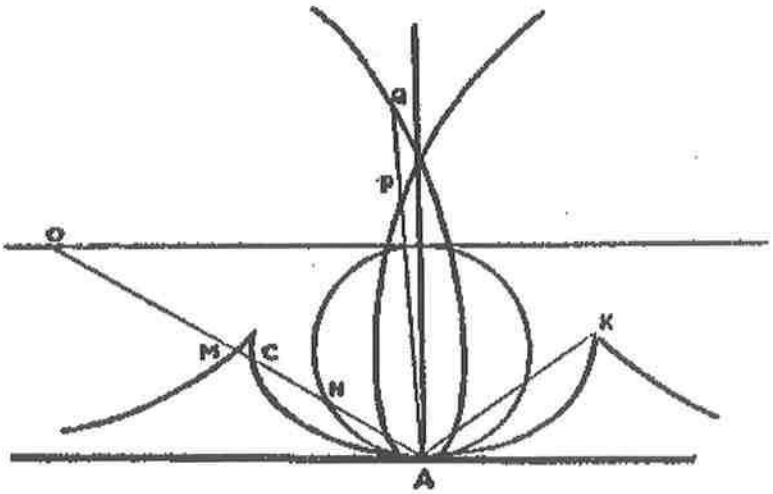
In 1945 schrijft Dr. J.A. Vollgraff een verhaaltje over „De Kromme van Johann Bernoulli." Het is echter niet deze kromme die sinds 1996 in verzinkt staal voor alle Paddepoel-wiskundigen de herinnering levend houdt aan de tien jaren dat Bernoulli in Groningen vertoefde. En daar zijn we heel erg trots op.

'Hoe langer de titel hoe onzinniger het verhaal' zou van toepassing kunnen zijn op het geschriftje dat ik onder uw aandacht wil brengen. De titel van het acht pagina's tellende epistel luidt:
De Kromme van Johann Bernoulli volgens Christiaan Huygens en anderen, of Zijn en Worden in de Wiskunde en in het Leven Segnius irritant animos demissa per aurem quam quae sunt oculis subjecta fidelibus . . . Horatius.



Vervolgens wordt dan op de titelpagina een wirwar van kromme en rechte lijnen afgedrukt, die de inspiratie zijn voor de daarop volgende acht pagina's. De titelpagina heeft nog enige ruimte over om te vermelden dat de schrijver Dr. J.A. Vollgraff is, met als toevoeging (in hele kleine lettertjes): Secrétaire Adjoint de l'Academie Internationale d'Histoire des Sciences.

Het boekje is uitgegeven in 1945 bij De Tijdstroom in Lochem. In zijn voorwoord schrijft de Secrétaire Adjoint: „De thans aan den, mogelijk reeds eenigermate belangstellenden, lezer aangeboden brochure is, naar den vorm, droog en zakelijk (. . .)." De lust om het werkje te lezen zou me vergaan, als hij verder in het voorwoord niet had geschreven: „Onlangs vernam ik dat de thans zoo vaak noodige herscholing van arbeiders driemaal zoo snel verloopt als vroeger, tengevolge van het gebruikmaken van de film."
Waar slaat dit op? Zou er een film zitten bij het boekje, zoals tegenwoordig ieder zichzelf respecterend leerboek een floppy bevat, onder het motto: 'Onlangs vernam ik dat de herscholing van docenten driemaal zo langzaam verloopt als vroeger tengevolge van de floppy'? Hebt u trouwens het stukje van Floris Takens in het vorige ALUMNIEUWS gelezen. Floris klaagt hierin, ondermeer als voorzitter van de Akademie Raad Wiskunde, over de vooruitzichten van de wiskunde in Nederland, en de geringe belangstelling en waardering voor het vak. Maar dat ligt niet aan het NRC Handelsblad: Verleden jaar nog stond op de voorpagina ervan, althans zo schrijft Floris: „(. . .) er internationaal veel waardering bestaat voor de productiviteit van de Nederlandse wetenschappers (. . .) Op het gebied der wiskunde behoort Nederland tot de 5 invloedrijkste landen—gezien de omvang van ons land een indrukwekkend resultaat (. . .)"
Bij de laatste Olympische Winterspelen behaalde België een bronzen medaille: gezien de omvang van het land een indrukwekkend resultaat. Misschien is in het NRC verhaal het boekje van Vollgraff ook meegeteld; Vollgraff was tenslotte Secrétaire Adjoint de l'Académie Internationale en nog wat.
Maar het ligt ook niet aan onze middelbare scholieren, die behoren bij de beste van de wereld, zo las ik gisteren in de Volkskrant. Waar heeft Takens het nu eigenlijk over? Nee, dan toch maar meneer Vollgraff: die weet waar het probleem zit.
De figuur, hierbij afgedrukt,



komt tweemaal voor in zijn brochure: op de omslag en in de tekst. Het zijn eigenlijk drie figuren in één tekening: een kromme met een keerpunt K plus zijn spiegelbeeld, een cirkel met topraaklijn, en een soort lotusfiguur. Deze figuur stelt de oplossing voor van een, „door Joh. Bernoulli geproponeerd vraagstuk, n.l. den vorm te bepalen van een kromme of de kromme ABC, bij welke een constante verhouding bestaat tusschen de lengte van de raaklijn BD (B raakpunt) en het op de gegeven rechte AD vanaf een vast punt A afgesneden stuk AD." Vollgraff schrijft: „De constante n (of liever $t = 1/n$)—pour fixer les idées—een tijdsfactor noemende, kan men de lijn beschouwen als voor den tijd nul samenvallende met de X-as, zich dan aan weerszijden verheffende, voor $t = 1$ overgaande in cirkel en topraaklijn, zich daarna naar boven uitrekkende en ten slotte voor $t = 8$ overgaande in de Y-as + een horizontale lijn oneindig hoog boven de X-as." Pour fixer les idées, schrijft de Adjoint: „Men zou deze transformatie kinematografisch kunnen vertoonen—zou de kinematographie bij het onderwijs niet langzamerhand een grooter rol gaan spelen?—als voorbeeld van de gedaanteverwisseling van een curve bij verandering van een daarin voorkomenden parameter." Yes, dat moet het zijn: de kinematographie moet een grotere rol gaan spelen in het wiskunde onderwijs. Had ik dat nou maar eerder aan Floris Takens, voorzitter van de ARW, verteld. In Vollgraff's voorwoord staat het: „Voor de vraag (...) of wellicht de kinematographie bij het onderwijs een grooter rol zal gaan spelen, is dezer dagen door Z.E. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen een advies-commissie benoemd." Ik weet niet of de commisie nog bestaat en of het advies ooit is uitgebracht, ik weet nog wel een geschikte kandidaat. De film is voor arbeiders, de kinematographie voor student en wetenschapper. De vooruitzichten voor de wiskunde worden weer wat rooskleuriger; binnenkort horen we bij de top-3.

In het slot van zijn brochure vermeldt V. dat beroemde wiskundigen als Gino Loria (kent u hem?) en Cantor geen aandacht hebben geschonken aan DE kromme van Bernoulli. Vollgraff eindigt met de volgende kinematografische bespreking van DE kromme. „Er dringt zich ten slotte - nu wij eenmaal begonnen zijn (...) in Bernoulliaanschen trant aan het beschouwde complex van lijnen beteekenis toe te kennen - nog één opmerking op. Bij den overgang van de jeugdlijnen in den cirkel met topraaklijn, komen de beide eerst gescheiden merkwaardige punten bij elkander zoodat de beide krommen daarna een bekoorlijk geheel vormen. Dit zou men dan kunnen meenen te moeten beschouwen als het huwelijk, waardoor de volheid des levens bereikt wordt." Maar ja, lang niet alle grote wiskundigen hebben die 'volheid' bereikt. Vollgraff kletst zich er als volgt uit: „Dat Chr. Huygens, evenals Newton, Leibniz en zoovelen, die niet in het huwelijk traden, de volheid des levens niet bereikt zouden hebben, zouden wij echter voorzeker niet willen beweren." Let op, nu komt het: „Men zou bij hen (...) eerder moeten spreken van het zich tot één geheel vereenigen, in de levenslijn, van diverse jeugdaspiraties. Wie 'leven' zegt, of 'opvoeding', eventueel 'zelfopvoeding', zegt immers 'evolutie' ('wordt wat gij zijt'). In het personeelsblad van de Economische Faculteit noemt Evert Schoorl, de toenmalig directeur van de onderzoekschool het Paddepoelster Bernoulli plastiek: „(...) een mooi kunstwerk, je kunt er antropomorf gespreide benen in zien (...)." Of het WSN-gebouw er, kinematografisch gezien, vanuit gebaard lijkt te zijn, kunt u zelf beoordelen. Ik hou van voetbal. Geef mij maar DE KROMME.

P.S. Ik was toch nog benieuwd

naar de betekenis van de Latijnse ondertitel. Ik dacht laat ik dat aan Arjo Vanderjagt, Professor in the History of Ideas hier in Groningen, vragen. Hij stuurde mij het volledige citaat; het komt uit Horatius, Ars Poetica 2, 180, en voegde er twee vertalingen bij. De eerste is van een zekere Loeb: *Either an event is acted on the stage, or the action is narrated. Less vividly is the mind stirred by what finds entrance through the ears than by what is brought before the trusty eyes, and what the spectator can see for himself.* De tweede vertaling is van P.H. Schrijvers, en luidt: *Een luisterspel sleept het publiek veel minder mee dan wat de trouwe ogen wordt getoond en wat de kijker zelf meedeelt, ...* Vanderjagt zegt over de eerste vertaling: „Erg lelijk vertaald!" en over de tweede: „Niet erg letterlijk." Ikzelf denk dat de vertaling van Vollgraff zou kunnen luiden: : „Geen woorden, maar daden", en dat klinkt DE KROMME als muziek in de oren. Maar om dit laatste te kunnen begrijpen moet je weer verstand van voetbal hebben, en dat hebben maar weinig wiskundigen.

Van CFD via ERP naar DECT...

Bertran de Boer

Betran studeerde van 1988 tot 1995 Technische Mechanica (TM) en Wiskunde, waarin hij in 1994 resp. 1995 afstudeerde. Voor zijn TM-studie op een numeriek probleem op het gebied van Domein Decompositie en voor zijn Wiskunde-studie middels een afstudeerstage bij Vertis B.V. in Veendam op het gebied van Computational Fluid Dynamics (CFD), een wetenschappelijke benaming voor de numerieke stromingsleer. Hij heeft daar de stroming van gemodificeerd aardappelzetmeel in een chemische reactor onderzocht voor AVEBE, de moedermaatschappij van Vertis. Tegelijkertijd heeft hij zijn propedeuse Informatica nog afgerond.

Inleiding De titel van dit verhaal is misschien wat kryptisch. Toch hoop ik deze in dit artikel te verduidelijken.
Na mijn studie in Groningen heb ik een jaar gewerkt bij Baan Company N.V. in Barneveld. Hier heb ik mij beziggehouden met het ontwerpen van ERP-software. ERP staat voor Enterprise Resource Planning. De algoritmen hiervoor stellen een onderneming in staat om hun logistieke goederenstroom optimaal te plannen. Hierna ben ik in 1997 gaan werken bij Lucent Technologies in Hilversum. Lucent, een Amerikaanse organisatie van zo'n 135.000 mensen wereldwijd, is ontstaan na de opsplitsing van AT&T in 1996 in Lucent, NCR (o.a. geld- en betaalautomaten) en AT&T zelf. Daar heb ik gemerkt dat telecommunicatie een branche is met bijzonder veel toekomstmogelijkheden en met een nog steeds toenemende vraag naar IT-ers. Na bijna een jaar werd ik benaderd door een wervings- en selectiebureau met de vraag of ik voor Ericsson wilde werken. Dat ben ik toen gaan doen.

De organisatie Ik kwam terecht bij Ericsson Business Mobile Networks (EMN) in Enschede. Deze organisatie werd in 1991 opgericht en heeft naast de Enschedese vestiging nog een vestiging in het World Trade Center in Amsterdam. Bij EMN zijn ongeveer 500 mensen werkzaam, waarvan zo'n 400 in Enschede. EMN had in 1997 een jaaromzet van ca. 250 miljoen gulden en distributiekanalen in ongeveer 35 landen. EMN richt zich voornamelijk op draadloze telefonie in grotere organisaties vanaf ca. 500 medewerkers. Klanten van EMN zijn o.a. Volvo, Coca Cola, Mercedes Benz en de beurs op Wall Street. De produktie van deze telefoons vindt plaats in Zweden; de software hiervoor wordt ontwikkeld in Enschede. EMN bestaat globaal uit drie afdelingen: Business Cordless Telephony (BCT), End User Terminals (EUT) en Public Access (PA). Zelf ben ik als software design engineer werkzaam bij BCT.

Het produkt Het belangrijkste produkt van EMN is het ontwikkelen van software voor zgn. „business cordless" telefoons. Het begrip „cordless" houdt in dat het gedeelte van de PTT-aansluiting naar de hoorn draadloos is. Cordless moet niet worden verward met wireless, waarbij ook draadloos wordt gebeld, maar hiervoor is er geen PTT- aansluiting nodig. Een voorbeeld van een wireless telefoon is een GSM-telefoon.

Het concept: DECT Eén van de belangrijkste markten van Ericsson is de markt voor mobiele telefoons. Deze vorm van telefonie is grotendeels gebaseerd op het concept GSM, bij velen waarschijnlijk wel bekend. Het idee van GSM berust op het gebruik van cellen. Iedere GSM-gebruiker bevindt zich in een bepaalde cel. Zo'n cel is o.a. voorzien van een basisstation, uitgerust met een antenne met een dekking van ca. 20 km. Begeeft iemand zich buiten de dekking van deze antenne, dan vindt er automatisch een zgn. „handover" plaats naar een naburig basisstation. Hiervan merkt de gebruiker niets. GSM heeft echter twee belangrijke nadelen: de prijs en de capaciteit bij hoge concentraties gebruikers. De hoge prijs van mobiel bellen via GSM zal een organisatie veelal niet doen besluiten om het personeel massaal uit te rusten met GSM-telefoons. Verder zal GSM in gebouwen waar veel telefoontjes per vierkante meter plaatsvinden niet meer werken. Speciaal hiervoor heeft Ericsson een nieuwe standaard geïntroduceerd: de DECT-standaard. DECT staat voor Digital Enhanced Cordless Telecommunications en maakt gebruik van een hogere frequentie dan GSM, namelijk 1880-1900 Mhz., terwijl GSM 890-960 Mhz. gebruikt. Deze frequentie maakt het mogelijk om zeer veel gebruikers op een klein oppervlak tegelijk te laten bellen. Een nadeel van DECT is het bereik: ongeveer 50-300 meter, afhankelijk van de omgeving. De oplossing hiervoor is het gebruik van meer basisstations. Een item waar binnen BCT aan wordt gewerkt is het GAP compliant maken van de portables. GAP staat voor Generic Access Profile: dit betekent dat in eenzelfde systeem Siemens, Alcatel, Philips en Ericsson portables tegelijk moeten kunnen werken. Verder zijn er inmiddels telefoons op de markt die voor zowel GSM als DECT kunnen worden gebruikt: wordt er bijvoorbeeld voor *f* 1,35 per minuut vanuit de auto gebeld en kom je binnen de range van een DECT-basisstation, dan schakelt de telefoon automatisch over op het tarief van *f* 0,15 per twee minuten.

Het feitelijke werk: projekten De projekten waar ik momenteel mijn bijdrage aan lever bevinden zich hoofdzakelijk op het gebied van Research & Development (R&D), Maintenance en Software Process Improvement (SPI). In het kader van R&D wordt er momenteel nog veel onderzoek verricht aan het systeem uit de inleiding. Globaal neemt R&D ruim de helft van mijn tijd in beslag. Software maintenance bestaat vooral uit het oplossen van mogelijk optredende fouten in de bestaande (embedded) software in de systemen. Zo'n 15% van mijn tijd ben ik hieraan kwijt. Verder wordt er binnen EMN veel aan gedaan om het totale software development process continu te verbeteren: SPI. Dit gebeurt aan de hand van het Amerikaanse CMM-model. Meer hierover is te vinden op `http://www.sei.cmu.edu/technology/cmm.html`. Ongeveer 10% van mijn tijd besteed ik hieraan. En de overige 25%? Ik volg nog steeds relatief veel vakinhoudelijke cursussen, daar mijn huidige werkzaamheden niet direct aansloten bij mijn studie. Verder staan er regelmatig lezingen, seminars e.d. op de agenda. Doorgroeimogelijkheden binnen Ericsson zijn er voldoende. Afhankelijk van capaciteiten en interesse kan ik doorgroeien naar de functie van projektleider. Wat ik daarna kan gaan doen zou ik nog niet weten. Een management-functie? Een andere organisatie? Het onderwijs? Geen idee. Op korte termijn heb ik in ieder geval niet de behoefte om ergens anders te gaan solliciteren, maar blijf ik lekker in Enschede!

Academisch gevormd op de arbeidsmarkt

Annemieke Beereboom

Groot afgestudeerden onderzoek onder wiskundigen en informatici

„Over het thema aansluiting universitaire opleiding op de arbeidsmarkt wordt regelmatig gesproken. Hoe verhoudt de academische vorming zich tot de specifieke beroepsoriëntatie, wat is de waarde van de academicus en zijn duale leerwegen (werken èn leren) mogelijk en wenselijk? Vragen waarop eenduidende antwoorden ontbreken."

(uit: VSNU berichten, december 1997)

Landelijk initiatief De Verenigde Samenwerkende Nederlandse Universiteiten (VSNU)

hebben besloten jaarlijks een standaard vragenlijst af te nemen onder afgestudeerden, die 1 tot 1.5 jaar zijn afgestudeerd: de WO-monitor. De sociaal-economische invalshoek van de aansluiting tussen opleiding en arbeidsmarkt wordt in kaart gebracht met vragen over het vooropleidingstraject, de werkgelegenheidssituatie en kenmerken van funktie(s) en bedrijf.
Voor de inhoudelijke aansluiting tussen opleiding en arbeidsmarkt kunnen de universiteiten, faculteiten of opleidingen eigen vragen aan de WO-monitor toevoegen, de WO-monitor-**plus** variant. Voorbeelden van vakinhoudelijke vragen treft u aan in de paragraaf over arbeidsmarktonderzoek onder informatici.
De resultaten van de landelijke vragenset worden afgedragen aan een landelijke databank. Hiermee is het mogelijk een beeld te schetsen van de landelijke ontwikkeling in opname van WO-afgestudeerden op de arbeidsmarkt.
De eerste resultaten zullen in het voorjaar van 1999 beschikbaar zijn.

Onderzoek Informatica Het Centrum voor Onderzoek van het Wetenschappelijk Onderwijs Groningen, het COWOG, is bij de Rijks*universiteit* Groningen belast met de uitvoering. Dit onderzoekscentrum heeft in het verleden al tweemaal onder afgestudeerde informatici een arbeidsmarktonderzoek uitgevoerd; de eerste gegevensverzameling (afgestudeerden in de periode 1982 t/m 1990) had betrekking op 65 respondenten, de tweede (1991 en 1992) op 25 respondenten.

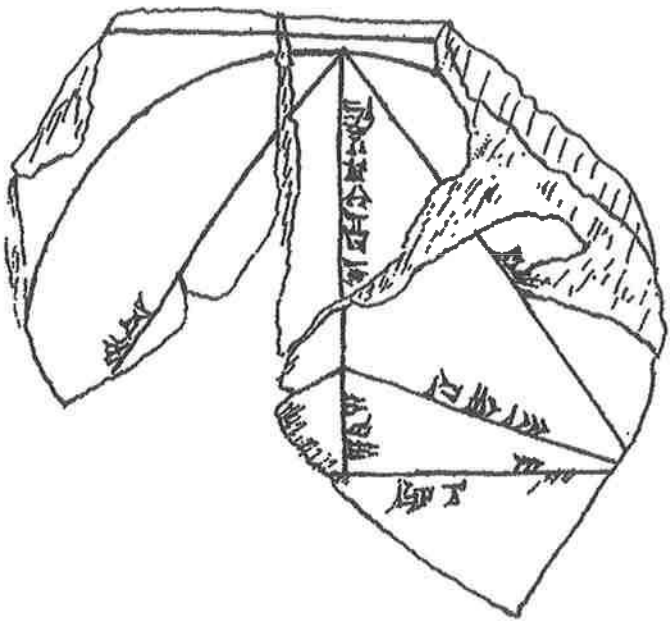
Voorbeelden van opleidingsspecifieke vragen die hierbij zijn gebruikt:
kunt u aangeven tot welke categorie u denkt te behoren binnen een gegeven definiëring van typen informatici / kunt u aangeven welke van de tijdens de studie gevolgde vakken voor de uitoefening van de funktie van belang zijn en in welke mate / verricht u taken die door afgestudeerden in andere –aanverwante– vakgebieden zouden kunnen worden verricht?
Ofschoon de respons in beide onderzoeken (meer dan) 50% was, waren de groepen respondenten te klein om representatief te zijn; vandaar dat aan de resultaten nooit bekendheid is gegeven. Niettemin is het toch wel aardig om de resultaten van het komende onderzoek af te kunnen zetten tegen de uitslagen van destijds. Daarom willen wij u enkele van de meest opvallende 'conclusies' niet onthouden:
— In het verslag over het eerste onderzoek was door de vakgroep aangegeven, dat men de studenten meer wilde stimuleren tot het doen van een afstudeeronderzoek/stage in een bedrijf, en tot het volgen van meer keuzevakken buiten de faculteit. In het vervolgonderzoek was het percentage dat stage had gelopen van 12 naar 40 procent gestegen, het percentage dat geen keuze-/bijvak buiten de faculteit volgde daalde van 51 naar 12.
— In beide onderzoeken bleek 44% van de respondenten zichzelf tot de categorie 'technisch informaticus' te beschouwen. Dat is opmerkelijk, omdat in het curriculum deze opleiding destijds nog niet voor kwam. De onderzoekers stelden voorzichtig, dat de theoretische basis van de studie mogelijk dermate stevig was, dat de afgestudeerden daardoor breder inzetbaar waren dan op het gebied waarvoor ze strict genomen waren opgeleid. Om dit zeker te weten zou evenwel nader onderzoek nodig zijn.
— In het eerste onderzoek viel op, dat de helft van de respondenten die zich bestuurlijk informaticus noemden van mening was, dat voor hun eerste baan een HBO opleiding voldoende was geweest.
— De afgestudeerden waren over het algemeen tevreden over de in de opleiding geboden kennis in de vakgebieden die voor het uitoefenen van de funktie van belang waren.
Zoals opgemerkt, zijn de resultaten van geen van beide onderzoeken significant. Daarom grijpen wij deze mogelijkheid voor een grootschalig onderzoek onder **alle** afgestudeerden (waarvan het aantal inmiddels aanzienlijk is toegenomen) met beide handen aan!

Onderzoek Wiskunde Voor de wiskunde alumni leek een grondig arbeidsmarktonderzoek eigenlijk nooit opportuun.
De sterk teruggelopen aantallen eerstejaars studenten geven echter aan dat de omstandigheden inmiddels drastisch zijn gewijzigd:
– de keuze van middelbare scholieren hangt tegenwoordig sterk samen met het beroepsbeeld dat wordt gepresenteerd; als je geen leraar wilt worden en je voelt je niet aangetrokken tot een ingenieursopleiding in de Technische Mechanica, dan wordt een beroepsperspectief op basis van een studie wis-

kunde opeens heel vaag;
– kwaliteit en studeerbaarheid, goede begeleiding van de instromende studenten en voldoende voorbereiding van onze afgestudeerden op de arbeidsmarkt, zijn criteria waar ook de studierichtingen bij de basiseenheid wiskunde op worden beoordeeld en afgerekend!
Daarom is het de hoogste tijd om meer inzicht te krijgen in de positie die onze wiskunde alumni op de arbeidsmarkt innemen.
Afname van de WO-monitor**plus** staat gepland voor het **NAJAAR 1998**.
Wij rekenen op uw medewerking; hoe groter de respons, des te sprekender de resultaten. Wij hebben de informatie hard nodig en ook voor u kunnen de resultaten interessant zijn. Wij zullen u hierover dan ook graag informeren in onze Alumnieuws editie van volgend jaar!

Wiskunde op kleitabletten

Jan van Maanen



Mesopotamische documenten (hier een kleitablet van rond 1700 v. Chr.) geven vaak aanleiding tot mooie puzzels. In dit geval gaat het om een driehoek met zijn omgeschreven cirkel. De driehoek heeft twee gelijke benen van 50 en een basis van 60. De hoogtelijn uit de top is getekend met daarop het middelpunt van de omgeschreven cirkel. Drie stralen van deze cirkel zijn te zien, een daarvan ligt op de hoogtelijn, de andere twee lopen van het middelpunt naar de eindpunten van de basis.
Bij sommige onderdelen van de figuur staan de afmetingen. De lengte van de halve basis, bijvoorbeeld, is 30, hetgeen je het beste leest door de figuur op zijn kop te houden. Bij de basis aan de kant van het hoekpunt staat drie 'winkelhaken', $3 \times 10 = 30$. In het zelfde driehoekje waarin 30 staat, staat (langs de hoogtelijn geschreven, van de basis naar de top toe) nog een getal. Achtereenvolgens zie je 8 staande spijkers, 4 winkelhaken (ofwel 40) en dan nog 5 staande spijkers. Als je de lengte vergelijkt met de 30 van zojuist, dan moet het getal bij het korte stukje zoiets zijn als 8 plus een beetje. Dat beetje staat er ook inderdaad, want deze getallen zijn zestigtallig genoteerd, en de 45 die op 8 volgt staat voor $\frac{45}{60}$.

Dit roept allerlei vragen op:
- Hoe lang is dus de straal van de omgeschreven cirkel, en staat die lengte ook op de tablet?
- Hoe zou de Mesopotamische meetkundige deze lengte gevonden kunnen hebben?
- Pythagoras leefde toch in de vijfde eeuw v. Chr.?

Alumnidag 1998: het eerste lustrum!

Annemieke Beereboom

Of dit met een feestje wordt gevierd, laten we aan de Alumni zelf over. Wat wij willen bieden is een goede basis voor een feestelijke 5e Alumnidag, met een programma over **Neurale Netwerken**, georganiseerd door de groep van de Technische Informatica.
De Alumnidag wordt dit jaar gehouden op

zaterdag 20 juni

Een lustrum is altijd een goed moment voor een **terugblik**. Wat de **invulling** betreft is de toon drie jaar geleden al gezet toen—eveneens door de groep Technische Informatica—de Alumnidag over Fuzzy Logic is gehouden. De formule van

korte, gerichte inleidingen met aansluitend ruime mogelijkheid om zelf met de programma's te werken (en onderling te netwerken) bleek een uitstekende basis.
Een tweede stap die we nu willen zetten is te proberen bedrijven bij de presentaties te betrekken, met een gastspreker op onze eigen locatie of met een ontvangst en presentatie bij het bedrijf, zoals het afgelopen jaar voor het eerst heeft plaatsgevonden bij KPN Research (het verloop van die dag over 'Objecten Overal' is overigens nog steeds te zien en te lezen op de alumni webpagina (zie `http://www.cs.rug.nl/alumni`).
Verder zouden veel alumni bijdragen van afgestudeerden zelf aan het programma belangrijk vinden, en zouden sommigen de aanwezigheid van meer stafleden gedurende de dag erg op prijs stellen. Dat zijn aspekten waar we de komende jaren meer aandacht aan zullen besteden.

Dan wat betreft het **aantal** afgestudeerden dat een of meerdere alumnidagen heeft bijgewoond.
In 1997 haalden we het record van 41 deelnemers! In 1996 waren dat 27, in 1995 17. Bij de allereerste alumnidag in 1994, georganiseerd als lustrum activiteit van de RUG, waren er plm. 10 belangstellenden voor het informatica programma.
In totaal hebben 58 afgestudeerden al eens een Alumnidag bijgewoond (waarvan een vaste kern die aan—bijna—alle dagen heeft deelgenomen!)
Als je bedenkt dat Informatica nog maar een jonge geschiedenis heeft is dit een uiterst succesvol resultaat, dat wij graag willen prolongeren!
Kijken we overigens naar de **samenstelling** van de groep, dan blijken de 45 studenten die in de beginjaren van het zelfstandig bestaan van Informatica in deze discipline afstudeerden (met een 'oude-stijl' programma en een uitgebreide informatica specialisatie), vrijwel volledig te ontbreken, en dat vinden wij heel jammer!
In het bijzonder hen, en natuurlijk de wiskundigen die de overstap naar de IT in de loop van hun carriere hebben gemaakt wil ik, samen onze informatici, van harte voor de komende Alumnidag over Neurale Netwerken uitnodigen.
Aanmelden bij voorkeur **vóór 1 juni** met een e-mailtje aan `annemiek@cs.rug.nl`, per telefoon (050-363 3927), of per fax (050-363 3800), en langskomen mag altijd (Blauwborgje 3)!
Begin juni zal aan iedereen die zich heeft aangemeld een gedetailleerd programma worden toegezonden.

Tot ziens op 20 juni!

Alumnidag: Neurale netwerken

Jos Nijhuis

Onder de verzamelnaam computationele intelligentie kunnen we een drietal technieken onderscheiden die elk voor zich concepten en/of methoden uit de biologie proberen te gebruiken voor het oplossen van problemen uit de wereld van de informaticus. Naast vage logica (ofwel fuzzy logic) en genetische algorithmen staan ook kunstmatige neurale netwerken volop in de belangstelling. Bij deze laatste techniek zijn het vooral de „zelflerende" capaciteiten van biologische systemen, met de mens als ultiem voorbeeld, die we trachten te vertalen naar software concepten.

Tijdens de alumnidag zullen we een overzicht geven van de huidige stand van zaken op dit terrein. Daarna laten we zien in hoeverre onderzoekers er al in geslaagd zijn om goed lerende neurale netwerkstructuren te ontwerpen. Een globale indeling van de onderdelen die aan de orde zullen komen:

- Algemene introductie neurale netwerken: een overzicht van de meest gebruikte neurale netwerkstructuren en leeralgoritmen. Waar moet je op letten als je iets met neurale netwerken wilt doen en wanneer zou je nu wel, en wanneer moet je duidelijk geen neurale netwerktechnieken gebruiken.
- Praktische oefeningen achter de computer waarbij we een klein gedeelte van een praktijkprobleem zullen proberen op te lossen middels neurale netwerken.
- Stand van zaken m.b.t. neurale netwerken buiten de universiteit. Een tweetal gastsprekers zullen een overzicht geven van projecten welke zij binnen hun bedrijf hebben uitgevoerd.

Jos Nijhuis is universitair docent bij de eenheid informatica

Mathematical finance

Herold Dehling, Thomas Mikosch, Diemer Salomé

Onder de titel „Mathematical finance—A Gentle Introduction to Theory and Applications" vond in de week van 3 t/m 7 november 1997 in Groningen een Short Course van het Instituut voor Wiskunde en Informatica plaats. De organisatoren van deze cursus waren prof.dr.H.G.Dehling en dr.T.Mikosch van het IWI, en dr.J.W.Nieuwenhuis van de Vakgroep Econometrie. Gedurende de eerste helft van de week werden de lezingen verzorgd door de organisatoren zelf, en voor de rest van de week waren prof.dr.P.Embrechts, dr.R.Frey en dr.A.Göing van de ETH Zürich de sprekers.

Het onderwerp *Mathematical Finance* geniet op dit moment grote belangstelling binnen zowel de Wiskunde als de Economie. Aangezien er in Nederland nog weinig expertise op dit gebied aanwezig is, heeft SWON (de NWO Stichting voor de Wiskunde) *Mathematical Finance* tot jaarthema voor 1997 gemaakt. Dit kwam er in concreto op neer dat er een hele rij van activiteiten, varierend van lezingendagen tot korte workshops werden gesteund. Een bescheiden subsidie van SWON maakte dan ook de Groningen Short Course mogelijk. In tegenstelling tot de meeste andere activeiten in het kader van het jaarthema *Mathematical Finance* hebben we in Groningen bewust geprobeerd om op een laag niveau te beginnen. Wie afgestudeerd was in de Wiskunde of een aanverwant vak kon zich inschrijven en zou in staat geweest zijn om de cursus te volgen.

De timing van de cursus had beter niet kunnen zijn. Precies twee weken voor de aanvang van de cursus werd de Nobelprijs voor Economie toegekend aan Myron Scholes en Robert Merton, die naast de vorig jaar overleden Fisher Black de grondleggers van de theorie van optieprijzen zijn. Dit is precies het onderwerp waarover het in de financiële wiskunde in eerste instantie gaat.

Eén van de meest bekende opties is de zogenaamde Europese call optie waarmee de uitgever aan de koper het recht geeft om op een vastgelegd tijdstip (de uitoefendatum) tegen een vastgelegde prijs (de uitoefenprijs) één aandeel te kopen. Om even een concreet voorbeeld te noemen: de houder van de optie mag op 31 mei 1998 van de uitgever één aandeel Shell voor fl. 150,= kopen. De houder van de optie heeft daarmee een recht verkregen maar geen verplichting, het is dus vanzelfsprekend dat de uitgever van de optie hiervoor een vergoeding zal vragen. Maar wat is nu een redelijke vergoeding?

Voor we hierover na gaan denken zullen we eerst enige notatie introduceren. De uitoefenprijs zal worden aangeduid met K, en het prijsproces van het onderliggende aandeel tussen nu ($t = 0$) en de uitoefendatum ($t = T$) met $(S_t)_{0 \le t \le T}$. Merk op dat het niet moeilijk is om de waarde van de optie op de uitoefendatum T te bepalen. Is de marktprijs van het aandeel hoger dan de uitoefenprijs, dan zal de houder zijn optie uitoefenen, d.w.z. een aandeel voor K kopen, en dit aandeel direct weer tegen de huidige marktprijs S_T verkopen. Met deze strategie wordt een winst van $S_T - K$ gemaakt. In het andere geval, dus als de marktwaarde lager is dan de uitoefenwaarde, is de optie waardeloos geworden (iets dergelijks overkwam Nick Leeson bij Barings Bank). In gesloten vorm kunnen we dus de waarde van de optie (V_t: waarde van de optie op tijdstip t) op de uitoefendag zo uitdrukken:

$$V_T = (S_T - K)^+,$$

waarbij we de notatie $x^+ = \max(x, 0)$ gebruiken.

Het bepalen van de prijs van de optie op dit moment ($t = 0$) is minder eenvoudig, maar dat mag je van een resultaat waarvoor de Nobelprijs uitgereikt werd ook wel verwachten. Uitgaande van een heel specifiek model voor het prijsproces $(S_t)_{t \ge 0}$, om precies te zijn een geometrische Brownse beweging met parameters (μ, σ), blijkt de juiste prijs

$$V_0 = V(T, s_0) = s_0\, \Phi(g(T, s_0)) - K\, e^{-rT}\, \Phi(h(T, s_0))$$

te zijn, waarbij s_0 de huidige prijs van het aandeel is en r de rentevoet. Verder hebben we gebruik gemaakt van de afkortingen

$$\begin{aligned} g(t,s) &= \frac{\ln(s/K) + (r + 0.5\,\sigma^2)\,t}{\sigma\, t^{1/2}} \\ h(t,s) &= g(t,s) - \sigma\, t^{1/2}, \end{aligned}$$

en $\Phi(x) = \dfrac{1}{(2\pi)^{1/2}} \displaystyle\int_{-\infty}^{x} e^{-y^2/2}\, dy$ voor de standaard normale verdelingsfunctie. Deze zogenaamde Black-Scholes formule is de fundamentele formule in de theorie van optieprijzen en wordt dagelijks op alle optiebeurzen van de wereld toegepast.

De belangrijkste ontdekking van Black, Scholes en Merton is echter niet zozeer deze concrete formule, alswel de achterliggende principes van hedging en replicerende beleggingsstrategien. De uitgever van een Europese call optie heeft op de uitoefendag ($t = T$) het bedrag $(S_T - K)^+$ om zijn verplichting na te komen. In principe had de uitgever van een Europese call optie de houder net zo goed een brief kunnen schrijven waarin hij aan de houder fl. $(S_T - K)^+$ belooft. Omdat het bedrag wat de houder van de optie kan verdienen van de prijsontwikkeling van het aandeel Shell afhangt, noemen we een dergelijk waardepapier ook wel een contingent claim. Black, Scholes en Merton toonden aan dat er voor de uitgever precies één strategie is om een zeker beginkapitaal zodanig te beleggen dat je altijd aan het eind $(S_T - K)^+$ ter beschikking hebt. Dit benodigde beginkapitaal is dan de faire prijs van de optie. De uitgever van de optie gaat daarmee geen enkel risico

aan; door het toepassen van de beleggingsstratgie met het geld wat hij voor de optie gekregen heeft is hij verzekerd van het benodigde bedrag om aan zijn verplichtingen te voldoen op de uitoefendag.
In een notendop kan de gedachte van een repliceerende strategie aan de hand van een eenvoudig binair model uitgelegd worden. Neem even aan dat de huidige prijs van een aandeel Shell fl. 105 is en dat je weet dat er maar twee mogelijke ontwikkelingen tot 31 mei zijn - of de prijs daalt tot fl. 95, of hij stijgt tot fl. 125. Om de zaak nog eenvoudiger te houden, nemen we verder aan dat de rente op banktegoeden en -kredieten $r = 0$ is. Wat zou een call optie tegen uitoefenprijs van $K =$ fl. 110 op dit moment moeten kosten? Een strategie van de uitgever van de optie kan eruit bestaan om een zodanige mix van fl. x_2 banktegoed en x_1 aandelen Shell (waarbij x_1 en x_2 zowel positief als negatief kunnen zijn) te houden dat ervoor zorgt dat hij op 31 mei in ieder geval genoeg geld heeft. Als de prijs van een Shell aandeel naar fl. 125 stijgt, dan wordt de waarde van het portfolio van de uitgever $x_1 + 125x_2$ - en om de houder tevreden te kunnen stellen, moet dat fl. 15,= zijn. In het andere geval, dus als de prijs naar fl.95,= daalt, wordt de waarde van het portfolio $x_1 + 95x_2$ - en nu hoeft de uitgever niets aan de houder van de optie te betalen. Op deze manier hebben we een stelsel van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden verkregen:

$$\begin{aligned} x_1 + 125x_2 &= 15 \\ x_1 + 95x_2 &= 0 \end{aligned}$$

De enige oplossing van dit stelsel is $x_1 = -47.5$ en $x_2 = 0.5$, d.w.z. als de uitgever fl. 47.5 van zijn bank leent en een $1/2$ aandeel Shell koopt, dan heeft hij ongeacht de ontwikkeling van de aandelenprijs op 31 mei het aan de houder van de optie te betalen bedrag in huis. Het halve aandeel Shell kost hem op dit moment fl. 52.5 en aangezien hij fl.47.5 bij zijn bank leent, heeft hij fl. 5.= nodig om deze replicatiestrategie te realiseren - en dat is dus de faire prijs van de optie!
Hoe eenvoudig dit binaire model ook moge lijken, het draagt toch de essentie van de gedachten van Black-Scholes-Merton in zich. Je kunt het model realistischer maken door een binaire boom op te bouwen en dan bij iedere tak van de boom bovenstaande gedachten toe te passen. Door een steeds fijnere binaire boommodellen te maken, krijg je tenslotte een continue limiet en dat is één van de mogelijkheden om aan de Black-Scholes formule te komen. De andere en meest gebruikte mogelijkheid is door het toepassen van de zogenaamde Ito-calculus; een uitbreiding van de analyse naar paden van stochastische processen. Dat juist deze zogenaamde stochastische analyse uitermate belangrijk is in de ontwikkeling van de financiele wiskunde is weer een keer een voorbeeld van de *unreasonable effectiveness of mathematics*.
De cursus mocht zich in een de grote belangstelling verheugen–bij 65 aanmeldingen moest de lijst gesloten worden in verband met gebrek aan zaalruimte. De deelnemers hadden de meest uiteenlopende achtergronden, waaronder hogerejaars wiskunde studenten, gepromoveerde natuurkundigen, docenten aan economische hogescholen en hoogleraren economie, wiskunde en informatica. Opmerkelijk was ook de belangstelling uit het buitenland. Ondanks het feit dat slechts in Nederland bekendheid aan de cursus werd gegeven, waren er deelnemers uit België, Duitsland, Ierland en Zweden.

Herold Dehling is hoogleraar, Thomas Mikosch universitair docent en Diemer Salomé is assistent in opleiding bij de eenheid wiskunde

Promoties afgelopen jaar

- W. Cazemier, *Proper orthogonal decomposition and low-dimensional models for turbulent flows.* Promotor: Arthur Veldman, co-promotor: Roel Verstappen. 5 september 1997.
- A.A. ten Dam, *Unilaterally constrained dynamical systems,* Promotor: Jan Willems, co-promotor: Hans Nieuwenhuis. 23 juni 1997.
- H.M. Groenboom, *Formalizing Knowledge Domains — Static and Dynamic Aspects.* Promotor: Gerard Renardel de Lavalette. 25 april 1997.
- J.M. van den Hof, *System Theory and System Identification of Compartimental Systems.* Promotor: Jan van Schuppen (CWI). 8 november 1997.
- A.A.F. Overkamp, *Discrete Event Control, Motivated by Layered Network Architectures.* Promotor: Jan van Schuppen (CWI). 8 november 1997.
- F.O.O. Wagener, *On the skew Hopf bifurcation,* Promotores: Floris Takens en Henk Broer, 23 januari 1998
- B.F. Faber, *Summability theory for analytic difference and differential-difference equations,* Promotores: Boele Braaksma en Marius van der Put, 6 februari 1998
- S.A. Borovkova, *Estimation an d prediction for nonlinear time series,* Promotores: Herold Dehling en Floris Takens, 20 februari 1998

Nu wil IT's can shake IT.

afstuderende academici
of HBO'ers
Informatica of bèta
studierichtingen
(danwel bedrijfskunde)
met IT toepassing

En dat zegt al genoeg over het soort mensen dat we zoeken. Want Logica opereert op het scherpst van de snede in de frontlinie van de IT, dus heb je aan een goede opleiding alleen niet genoeg. Talent, doorzettingsvermogen, creativiteit en verantwoordelijkheid willen en kunnen dragen zijn minstens zo belangrijk. Ben je zo'n IT'er, dan ligt bij Logica de wereld voor je open. Ruime mogelijkheden voor opleiding en training, uitstekende carrièremogelijkheden zowel nationaal als internationaal en projecten die je continu scherp houden.

Belangstelling? Stuur dan je sollicitatie met c.v. naar Logica BV, t.a.v. Anne Marjan Greve, recruitment manager, Postbus 23024, 1100 DM Amsterdam-Zuidoost. Voor meer informatie kun je tijdens kantooruren ons gratis nummer bellen: 0800-0224818. E-mail: jobs-nl@logica.com Internet: www.logica.nl

logica

If we can't do it, nobody can.